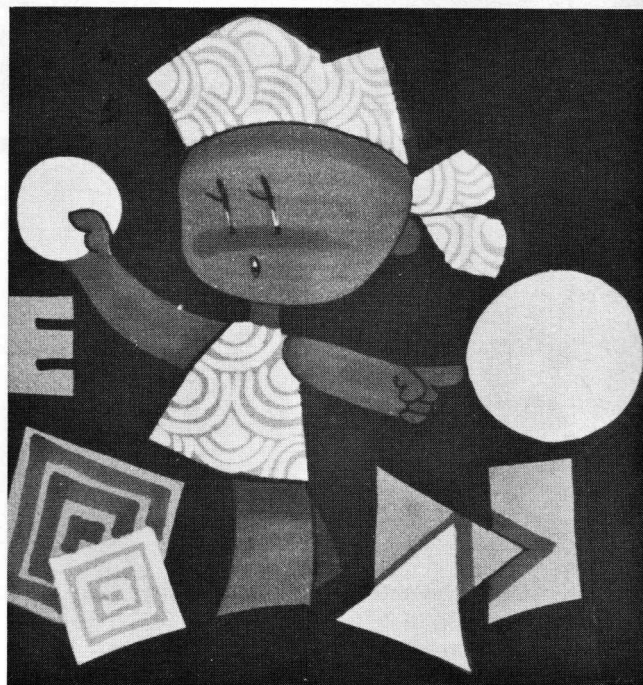


la mathématique l'enfant l'école



finalités et méthodes d'un enseignement moderne des mathématiques à l'école élémentaire

L'effort de rénovation entrepris depuis quelques années à tous les niveaux de l'enseignement dans le domaine des mathématiques est l'un des aspects frappants de l'évolution générale de l'enseignement. Ce renouvellement est un phénomène mondial, ainsi qu'en témoignent les nombreuses rencontres internationales concernant l'Education, à l'initiative de l'U.N.E.S.C.O. ou d'autres organisations.

L'importance et l'ampleur de ce mouvement tiennent au fait que cette réforme s'applique notamment à l'école élémentaire, celle que fréquentent les enfants de 6 à 11-12 ans. Pour quelles raisons, le besoin d'un changement s'est-il

manifesté à ce niveau? Que peut-on attendre d'une éducation mathématique à l'âge de ces enfants? Comment concevoir une telle éducation?

Pour la France, une réponse à ces questions a été donnée en deux temps :

— Par l'institution, dès 1969 du « tiers-temps pédagogique », organisation des activités scolaires qui donne à « la mathématique » (se substituant au « calcul ») le rang de discipline fondamentale, au même titre que le français, langue maternelle;

— Par la publication de nouveaux programmes d'étude pour les trois niveaux principaux de l'école élé-

mentaire (cours préparatoire - cours élémentaire - cours moyen) et des « commentaires » indiquant les lignes de force d'une pédagogie répondant aux objectifs de cet enseignement (arrêté du 2.1.70, qui définit l'enseignement donné depuis septembre 1970).

Cependant, il semble que le changement ainsi demandé n'ait pas été toujours bien compris, ni bien accepté, ni bien mis en application... Ce sont là les aléas presque inévitables en un tel domaine : pour mettre en œuvre un changement, il faut d'abord en comprendre les raisons essentielles, ce qui suppose une information et une réflexion personnelle suffisantes.

de quel changement s'agit-il ?

On veut aujourd'hui donner aux enfants une « formation mathématique véritable » qui leur permette déjà, « d'une manière adaptée à leur âge » de mettre en œuvre certains savoirs et savoir-faire mathématiques.

Sans doute espère-t-on améliorer la formation de ceux qui s'orienteront plus tard vers des professions nécessitant des connaissances et une activité mathématique à des degrés divers, et en accroître le nombre. L'évolution de la civilisation, qui exige un plus grand nombre de scientifiques et de techniciens ayant une formation mathématique de haut niveau est l'une des raisons évidentes de l'importance accordée à l'enseignement des mathématiques.

Mais on estime aussi que **cette formation de base est indispensable à tous les enfants**, quel que soit leur avenir, et les raisons en sont peut-être moins évidentes.

Doit-on se contenter d'admettre, comme autrefois, que cet enseignement se justifie par son double rôle « éducatif » et « utilitaire » :

— Educatif, parce qu'il « forme l'esprit » à la réflexion, au raisonnement;

— Utilitaire, parce que nous vivons dans une « mer de chiffres » et que savoir compter, calculer, mesurer est nécessaire à chacun dans la vie quotidienne.

Ce point de vue paraît un peu simpliste aujourd'hui. En effet, il y a bien des occasions de réfléchir, de raisonner, sans que les mathématiques interviennent, et il serait plus convaincant de savoir **quel est le rôle spécifique des mathématiques dans le développement de l'esprit**, ou plus précisément des structures mentales de l'enfant. D'autre part, il faudrait savoir, **si, même pour les enfants, l'utilité pratique des mathématiques se borne à l'utilisation de nombres** (et de quelques propriétés de figures géométriques), et il faudrait **analyser le lien entre**

la construction des concepts (nombre, opérations, etc.) **et leur utilisation pratique.**

Ainsi, on ne peut se convaincre de la nécessité d'une telle formation mathématique sans une étude des deux sujets en cause : la mathématique et l'enfant... susceptible de faire apparaître les « besoins mathématiques » des enfants et en même temps les grands traits d'une pédagogie capable de répondre à ces besoins.

la pensée mathématique

« ...Les mathématiques constituent l'une des formes les plus originales, les plus surprenantes et surtout les plus révélatrices de la pensée humaine... A certains égards, nous serions enclins, sans aucun paradoxe, à définir l'homme comme un animal mathématique »... (1).

C'est à F. Le Lionnais, présentant « Les grands courants de la pensée mathématique » que nous empruntons cette première définition. La pensée mathématique, comme la parole, est un attribut spécifique de l'homme. Mais cette pensée se met-elle en mouvement de façon spontanée ou bien lui faut-il des sollicitations particulières ? Et sur quels objets fonctionne-t-elle ?

Pour répondre à ces questions, il n'est pas possible d'ignorer l'histoire de l'évolution des mathématiques. Aux temps les plus lointains comme dans les sociétés primitives qui subsistent encore dans certaines régions, l'activité mathématique de la pensée était extrêmement réduite, sinon totalement inexistante. C'est le développement des civilisations qui a entraîné l'essor des mathématiques d'abord au service des problèmes techniques qui ont surgi dans des domaines divers (commerce, transport, art militaire, etc.). L'avènement d'une pensée mathématique détachée de ces réalités matérielles et soucieuse de ses fondements, de sa cohérence et de sa rigueur est dû aux Grecs...

Depuis vingt-cinq siècles, cette flamme qui a donné aux mathématiques leur caractère propre n'a cessé d'être à l'origine d'un enrichissement permanent de cette science qui nous intéresse aujourd'hui : la mathématique.

Cependant, jusqu'à la fin du siècle dernier pour les mathématiciens et jusqu'à une époque beaucoup plus récente pour le grand public, y compris les utilisateurs, la mathématique était perçue à travers ses différentes « branches » : Arithmétique, Géométrie, Algèbre, Analyse, Trigonométrie, Mécanique, Astronomie, Calcul des Probabilités, etc., ce qui explique l'emploi habituel du pluriel : les mathématiques. Chacune de ces branches se distinguait des autres par la nature des objets qu'elle étudiait, les nombres naturels (pour l'Arithmétique) et les figures géométriques (pour la Géométrie) étant considérés comme objets primitifs, imposés en quelque sorte par leur caractère intuitif.

Le souci de cohérence interne, de rigueur quant aux fondements, devait conduire vers la fin du XIXe siècle à une réunification des mathématiques : la méthode axiomatique (*) et formaliste, désormais reconnue par tous, rend caduque toute différenciation de branches mathématiques selon l'objet. **Toute théorie mathématique ne concerne dès lors que des éléments « volontairement connus et décrits par quelques-unes de leurs propriétés « celles-ci devenant les axiomes de base de la théorie » (2).** Les règles de logique, également données au point de départ, permettent de développer les enchaînements de propositions et ainsi, par le fait que les éléments ne sont plus liés à une représentation sensible ou mentale, qu'ils peuvent être traduits par des signes quelconques, l'aspect formel domine de bout en bout.

En fait, rien n'interdit d'avoir recours à certaines formes d'intui-

(*) Axiomatique : qui concerne les axiomes, ces derniers étant des vérités évidentes par elles-mêmes et non susceptibles de démonstration.

tion sensible, lorsque les objets en question s'y prêtent (figures géométriques, courbes représentant certaines fonctions, schémas divers) soit pour interpréter un énoncé démontré dans la théorie, soit pour suggérer une recherche.

L'importance ainsi donnée aux relations entre objets, plutôt qu'à la nature de ces objets, permet de dégager la notion de « structure mathématique ». **Une structure est définie par un certain choix de relations et par les propriétés de ces relations.** Une même structure peut s'appliquer à des objets de nature différente (nombres, fonctions, vecteurs, par exemple) et cela conduit à la notion récente de « catégorie ».

Dans l'état actuel de la pensée mathématique, une nouvelle pluralité réapparaît, selon les différentes structures auxquelles on s'intéresse : **structure algébrique, structure d'ordre, structure topologique**, considérées comme fondamentales dans la mesure où d'autres structures présentent plusieurs de ces aspects.

On pourrait craindre qu'en renforçant son autonomie et en poursuivant avec toujours plus de vigueur la création de théories nouvelles, la mathématique se soit désintéressée des problèmes réels et du rôle qu'elle jouait à l'égard des autres sciences. En fait, on constate une convergence étonnante : en prenant ses distances par rapport au monde réel, la mathématique accroît de façon considérable ses possibilités d'intervention dans les problèmes qu'il pose. C'est à toutes les sciences et non seulement aux sciences expérimentales qu'elle fournit des modèles capables d'interpréter les phénomènes et d'en prévoir des conséquences.

« Issues de la réalité, avec laquelle elles peuvent relâcher plus ou moins leur contact, à condition de ne jamais le perdre définitivement, les mathématiques sont devenues la plus abstraite des sciences. C'est à ce double fait qu'elles doivent cette extraordinaire efficacité, cette perfection et cette infailibilité qui

emplissent les uns de stupeur, les autres d'envie... cette position qui en fait comme un pont entre la méditation philosophique et l'expérimentation scientifique et qui vaut à la plus aérienne des théories d'être en même temps la plus pratique des techniques » (3).

C'est dans cette perspective actuelle sur les mathématiques que l'on doit rechercher les raisons de leur enseignement à tous les enfants. On pourrait déjà montrer en quoi une formation qui mette en jeu toutes les notions essentielles par lesquelles se construisent les structures mathématiques se trouvera plus utile pratiquement qu'une formation limitée à l'apprentissage de techniques numériques et de résolutions de problèmes-types. Même dans le domaine de ces techniques, une telle formation sera de toute façon plus efficace. Sans s'attarder sur ce point, c'est dans la connaissance de l'évolution psychologique de l'enfant et surtout du développement de sa pensée que nous allons trouver maintenant d'autres raisons de cet enseignement.

le développement des structures mentales

L'étude spécifique de l'enfance et des processus de son évolution est relativement récente. Mais nous disposons aujourd'hui d'éléments capables d'éclairer notre connaissance spontanée de l'enfant, à travers les recherches de psychologues qui ont mis en évidence la genèse de la personnalité de l'enfant et dont les plus grands noms sont ceux de Wallon et Piaget.

Pour notre sujet : l'enseignement des mathématiques aux enfants (oui ? non ? pourquoi ? comment ?), nous allons trouver les indications les plus précieuses dans les recherches sur l'élaboration de la pensée de l'enfant, sur le fonctionnement de son intelligence.

● stades du développement mental

Pour la plupart des psychologues de l'enfant, l'évolution du développement fait apparaître une succession d'étapes qui se différencient non seulement par l'accroissement des possibilités (par exemple : savoir marcher, parler, lire, écrire, etc.) mais par des modifications plus profondes. A chaque nouvelle étape, l'enfant reconstruit l'ensemble de ses conduites antérieures, à un niveau plus évolué. Ce sont les « âges de l'enfance » (Wallon) ou les « stades du développement » (Piaget).

Piaget distingue ainsi trois stades principaux qu'il divise d'ailleurs en sous-stades, parce que chaque stade ne se présente pas d'emblée sous sa forme la plus évoluée.

Selon les publications les plus récentes, on voit donc se succéder :

— Le stade sensori-moteur; de la naissance à l'âge de 2 ans;

— Le **stades des opérations concrètes**; de 2 à 11-12 ans, qui se divise en quatre sous-stades;

— Le **stade des opérations formelles**; au-delà de 11-12 ans.

Chaque stade est caractérisé par un certain type d'interactions entre l'enfant et le milieu, sur le plan sensori-moteur, puis sur le plan conceptuel. Rappelons les caractères de chacune de ces formes d'actions.

● Au stade sensori-moteur, on n'observe que des « actions effectives ». L'enfant agit sur des objets, se déplace, etc.

● Au stade suivant, les « opérations concrètes » sont des « actions » d'un niveau supérieur, qui se distinguent des premières par trois propriétés nouvelles :

— chaque action peut être « intériorisée » c'est-à-dire pensée au lieu d'être effectuée;

— elle est « réversible » cela signifie qu'elle peut être accompagnée d'une action qui défait ce qui vient d'être fait effectivement ou par la pensée;

— elle fait partie d'un système d'actions analogues qui se composent entre elles.

• Au dernier stade, les « opérations formelles » possèdent les mêmes propriétés que les opérations concrètes mais elles ne sont plus liées à des objets réels ou représentables mentalement. Ce sont de telles opérations qui sont en jeu dans les raisonnements sur des hypothèses et non plus sur des faits réels et observables.

A travers ces différentes manifestations intellectuelles caractéristiques de chaque stade, Piaget constate que le **développement naturel entraîne une structuration des opérations de la pensée, selon des types de structures qui se trouvent être « logico-mathématiques »**. Ce point de vue est extrêmement important car il conduit à penser à une éducation logico-mathématique qui s'accomplirait naturellement à la faveur des relations entre le sujet et les influences socio-culturelles totales. En conséquence, l'action spécifique de l'école devrait recevoir une définition précise.

En effet, dès la première étape, celle des actions effectives, on observe déjà une tendance vers une certaine organisation des actions : aller et retour, manipulations successives portant sur le même objet, déplacements successifs; cette tendance est très nette dans la genèse de la représentation de l'espace chez l'enfant.

Au stade des opérations concrètes, la réversibilité et la composition des opérations spontanément associative évoquent la structure mathématique de groupe. Par « structure de groupement », Piaget désigne les structures particulières de ces opérations concrètes à propos de groupement d'objets (classes) ou de comparaisons d'objets (relations).

Celles-ci, d'abord distinctes dans leur évolution vont trouver un type nouveau d'organisation au stade des opérations formelles. « Vers 12 ans, se constitue une série de schèmes opératoires nouveaux en même temps que de nouveaux

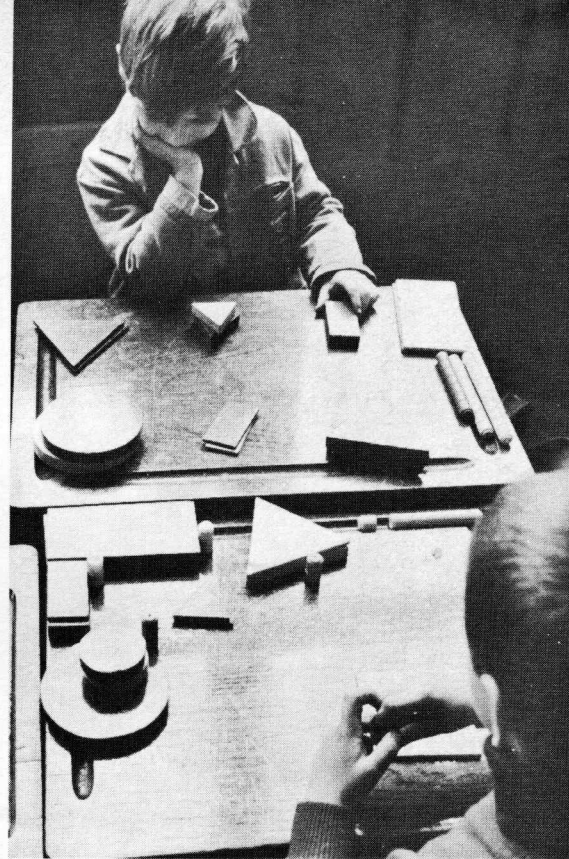
procédés dans la découverte et la manipulation des faits... Ces procédés nouveaux consistent à dissocier les facteurs, en les faisant varier séparément pour déterminer leurs liaisons (alors que les petits ne procèdent que par classifications, sériations et correspondances globales) (4).

Les âges indiqués ne sont que des indications moyennes. **C'est l'idée de succession nécessaire des stades**, qui est importante, indépendamment des accélérations ou des retards qui peuvent modifier le développement d'un individu.

Si certaines analogies établies par Piaget entre les phénomènes de la pensée naturelle et les structures logico-mathématiques présentent quelque approximation, et si la formalisation entreprise par Piaget et son équipe sur les opérations naturelles se révèle parfois difficile (5), il reste que la direction centrale des études piagétienne doit être retenue : le développement de l'enfant ne s'accomplit pas de façon anarchique ou aléatoire mais selon un processus où les opérations de la pensée s'articulent entre elles dans des organisations toujours plus riches qui ne sont pas sans rappeler la régulation interne des structures mathématiques.

Seulement, outre que **l'enfant n'a pas conscience de cette organisation** qui forme le substrat de son opérativité, **celle-ci connaît dans l'action naturelle toutes sortes de perturbations** dues aussi bien à la complexité de l'objet et à des facteurs perceptifs qu'aux difficultés propres au langage et à l'expression verbale en général.

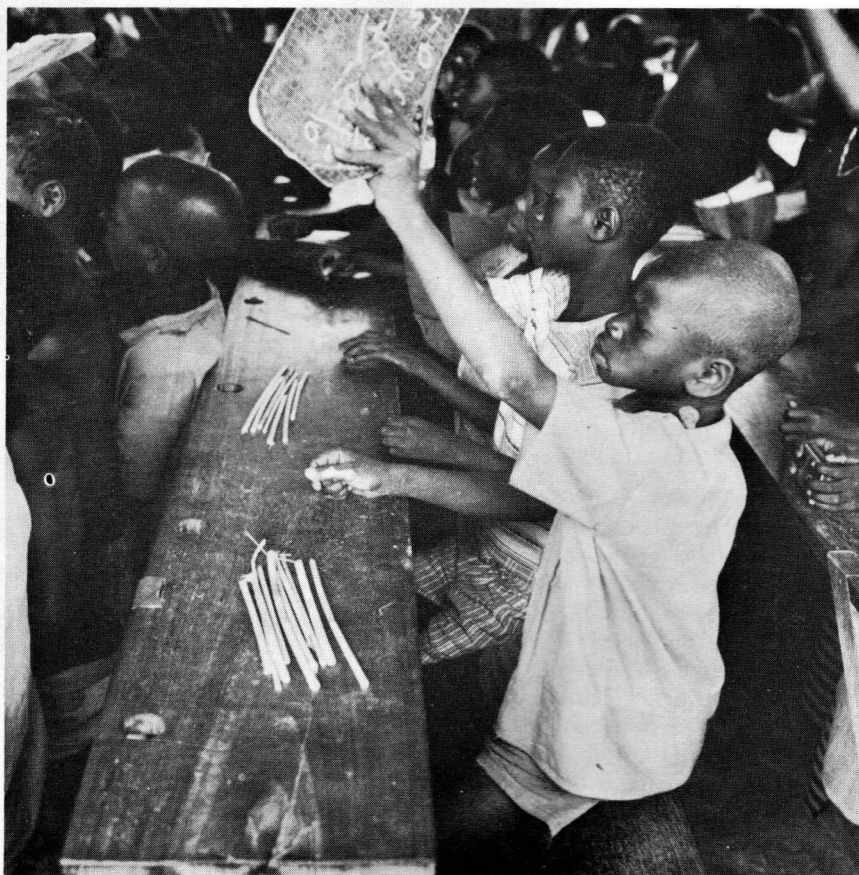
Dans beaucoup d'expériences citées par Piaget (notamment à propos de l'inclusion manifestée par le rapport de « quelques » à « tous ») l'enfant échoue soit parce que sa perception a été faussement induite par quelques particularités des objets, soit parce que les notions utilisées ont provoqué en lui des interprétations divergentes, alors même que l'enfant aurait réussi si le problème avait été présenté sous une forme matérielle simple autorisant des manipulations.



Structures particulières de groupements d'objet...

Wallon cite abondamment dans « l'Évolution psychologique de l'enfant » des exemples de déviation dans la compréhension des termes. D'une façon générale, **la complexité des situations réelles dans lesquelles se trouve constamment l'enfant ne lui permet pas de construire solidement les concepts fondamentaux et d'en prendre une conscience suffisante, ni d'organiser et de traduire de façon claire l'information reçue, ni de former des « modèles » mathématiques transférables à des cas différents**. Cette remarque n'est pas en contradiction avec l'idée d'une évolution génétique naturelle mais, au contraire, elle permet de donner un cadre et un sens à une éducation mathématique spécifique.

Il en va de même, notons-le, pour des concepts tels que ceux d'espace et de temps qui eux aussi sont l'objet d'une genèse naturelle mais n'en doivent pas moins constituer les thèmes d'une éducation concertée, si du moins on prétend donner aux enfants puis aux adultes des véritables outils pour se situer dans l'histoire ou pour maîtriser les diverses formes de représentations spatiales.



Coordination des actions entre elles...

Ces considérations permettent d'éclairer les conditions psychologiques d'une éducation mathématique.

La mathématique constitue le domaine de prédilection où se forment et s'affermissent les notions-mères qui représentent la base de toute l'organisation mentale.

La généralité des situations d'apprentissage est la condition de la transférabilité des notions et des procédures acquises. Cela ne signifie pas que la mathématique soit un domaine fermé sur lui-même et coupé du monde; au contraire, elle est liée au monde réel « en amont » et « en aval ». En amont, parce que l'intérêt de l'enfant se porte naturellement vers des situations vivantes, significatives pour lui; et en aval parce que l'outil mathématique permet une compréhension mieux assurée du réel.

C'est par des actions ou manipulations effectives, puis par la coordination de ces actions entre elles; puis par la conscience du résultat de ces coordinations que l'enfant construit des notions « abstraites » et générales. Sous le nom d'« abstraction réfléchissante », Piaget note l'importance des opérations réellement accomplies par l'enfant en vue de ces constructions. Nous ajouterons simplement que l'utilisation de matériels simplifiés et le recours à des moyens commodes de schématisation facilite considérablement l'action de l'enfant.

Toute construction doit obéir aux grandes lois du développement génétique, ce qui **condamne toute acquisition brusquée et tout forçage.**

L'évolution naturelle de l'enfant crée sans doute pour celui-ci les conditions d'une adaptation au

milieu physique et humain. Mais **devant bien des situations, l'enfant sera démuni, faute de moyens de s'exprimer ou de se représenter simplement cette situation, ou de définir une stratégie d'exploration et d'invention.** C'est le mérite d'une éducation mathématique que d'affermir les structures mentales, donner l'esprit du clair et du défini, fournir des moyens d'interprétation et de traitement de l'information, transférables de mille manières, et aussi de poser les fondations d'une construction de nature à ouvrir à l'enfant le champ illimité de la science.

choix d'une méthode pédagogique

Il paraît évident de vouloir accorder le choix des objectifs mathématiques et le style de la pédagogie à ces perspectives sur la mathématique et sur l'enfant. Bien d'autres aspects devront d'ailleurs intervenir : facteurs psychologiques qui ne concernent pas seulement l'intelligence, facteurs sociaux, personnalité de l'enfant sans oublier la propre personnalité du maître. On sait aussi que la pédagogie ne saurait de toute façon se réduire à la stricte application de règles établies par la psychologie et par l'épistémologie (*) d'une discipline, et encore moins à l'emploi de recettes cataloguées, adaptées aux différents âges des enfants.

On peut cependant indiquer les principes essentiels qui se dégagent de cette meilleure connaissance de l'enfant, et en premier lieu ceux qui se rapportent à l'acquisition de notions mathématiques. Les conclusions de Piaget ouvrent une première voie : **« Si l'édifice des mathématiques repose sur des « structures » qui correspondent par ailleurs aux structures de l'intelligence, c'est sur l'organisation progressive de ces structures opératoires qu'il**

(*) Epistémologie : (gr. epistemo, science et logos, études). Etude des sciences, ayant pour but d'apprécier leur valeur pour l'esprit humain.

faut baser la didactique mathématique » (6). Cela nous engage donc dans la voie d'un enseignement d'esprit « moderne », et selon une progression qui corresponde au mode de construction spontanée des structures logico-mathématiques. L'expérimentation, l'action effective qui se prolonge en action intériorisée, réversible et coordonnée à d'autres, sont des conditions pratiques indispensables pour de telles acquisitions.

Pour préciser ces principes, il nous faut chercher selon quelle progression les connaissances mathématiques peuvent ainsi être construites, quelles sont les situations mathématiques les meilleures pour chaque moment de la progression, enfin quelles sont les modalités pédagogiques et les types d'organisation du travail les plus propices.

Des expériences nombreuses ont été entreprises depuis une dizaine d'années par des équipes d'enseignants comprenant des mathématiciens et des psychologues. Ces expériences se poursuivent, en France notamment, où la recherche pédagogique s'intéresse très activement à l'enseignement des mathématiques.

Il va de soi que les changements apportés au niveau de l'enseignement élémentaire par les textes officiels de 1970 tiennent compte des résultats positifs déjà obtenus lors des premières expériences.

● progression dans l'approche des concepts mathématiques

L'école élémentaire ne peut prétendre faire acquérir des concepts mathématiques sous leur forme définitive et achevée; **elle n'est qu'un moment dans la construction de ces concepts**. Doivent donc être plutôt précisés des niveaux d'approche, des étapes d'utilisation et des degrés dans l'explicitation possible de ces concepts.

Par exemple, pour ce qui concerne le calcul ou plus exactement les éléments d'arithmétique enseignés depuis toujours à l'école élémentaire, les expériences pédagogiques apportent des indications suffisantes

pour réorganiser l'enseignement dans un esprit nouveau et justifier notamment une nouvelle progression dans l'étude des notions numériques. **Des étapes** doivent être ménagées pour la découverte des nombres naturels, puis pour leur désignation par l'application d'un système d'écriture, pour leur comparaison (égalité, inégalité) puis pour l'introduction des opérations et de leurs propriétés. On doit espacer suffisamment l'explicitation de chaque opération et faire apparaître les techniques opératoires usuelles comme des conséquences de toutes les notions précédentes. Une progression analogue se développe au sujet des autres nombres : les nombres à virgule et les fractions.

Le programme actuel (du 2 janvier 1970) indique dans cet esprit à quels niveaux de la scolarité ces notions doivent être effectivement à l'étude. **C'est là une confirmation du principe de l'échelonnement des stades**. Certes, on ne peut prédire que tous les enfants en seront au même point au même moment, vu les disparités individuelles du développement, mais des objectifs généraux pour chaque niveau important de l'Ecole élémentaire peuvent être définis, et les expérimentations faites semblent s'accorder avec la prédiction de Piaget : « Le déroulement des stades n'est pas déterminé une fois pour toutes quant aux âges et aux contenus de pensée; de saines méthodes peuvent donc augmenter le rendement des élèves et même accélérer leur croissance sans nuire à leur solidité » (7).

Parallèlement à l'approche des structures opératoires numériques, d'autres concepts importants vont se dégager peu à peu : celui de **fonction** et celui d'**opération**, portant éventuellement sur autre chose que des nombres. Chemin faisant, des matériaux s'accumuleront pour la mise en évidence, au-delà du cycle élémentaire d'autres concepts plus généraux qui auront été préparés tout au long de cette approche : **opérations sur les ensembles, relations de différentes sortes**.

L'explicitation des notions plus générales vient après. Ce point est important à comprendre car il justifie le travail d'approche et les premières constructions opérées à l'école élémentaire. Piaget dit très justement : « Il ne faut pas oublier que, psychologiquement, l'ordre de la prise de conscience renverse celui de la genèse : **ce qui est premier dans l'ordre de la construction apparaît en dernier à l'analyse réflexive** » (8).

● les situations d'apprentissage

« La tentative de diriger directement la formation des notions chez l'enfant ne peut pas aboutir à des résultats satisfaisants. Il faut que nous lui laissions une plus grande liberté pour développer sa pensée... pour construire ces notions au cours d'une recherche personnelle » (9). Hans Aebli, à qui nous empruntons cette formule est l'un des premiers à s'être attaché à la recherche des situations pédagogiques favorables à la construction des notions mathématiques, selon les principes piagétiens. « L'enfant doit être amené à établir les rapports principaux qui régissent un complexe d'opérations et à y insérer les opérations partielles » (9).

Hans Aebli oppose à une telle recherche la méthode maïeutique (*) traditionnelle qui se traduit par un dialogue entre le maître et la classe dans lequel c'est le maître qui dirige le processus d'ensemble. Les élèves, pour avoir répondu à des questions particulières, n'ont pas nécessairement saisi le développement d'ensemble d'un raisonnement.

Leurs actions intellectuelles ne sont que ponctuelles, elles ne s'engendrent pas l'une l'autre, puisque c'est le maître qui conserve l'initiative et la direction générale des questions. Des élèves doués peuvent comprendre l'organisation des démarches mais beaucoup n'atteindront pas ce niveau.

(*) Maïeutique : art de faire accoucher, art de faire découvrir à l'interlocuteur, par une série de questions, les vérités qu'il porte en lui.



Les enfants doivent être placés dans des situations de recherche personnelle...

Tout au contraire, **les enfants doivent être placés dans des situations de recherche personnelle**; l'agent directeur de la recherche ne peut être qu'un « problème » bien vivant dans la pensée de l'élève. Celui-ci devra « opérer » c'est-à-dire agir effectivement, tâtonner, observer les résultats de sa recherche, traduire ceux-ci dans une forme simple, comparer, utiliser l'acquis pour finalement prendre conscience du résultat et du processus d'ensemble qui y conduit. **Dans ce cas, c'est l'élève qui construit son savoir et non le maître qui impose une construction a priori.** Le maître est alors relativement désengagé par rapport à la matière enseignée et il peut se consacrer à des tâches de soutien et d'observation des élèves. A l'école élémentaire, de tels principes doivent être nuancés : selon la difficulté des questions, les approches pourront être facilitées par des indications quelconques ou des rapprochements de situations; tel est le cas dans la plupart des exercices de découverte. Ainsi se développe la

capacité « d'apprendre à apprendre » qui est l'un des buts de l'éducation.

Quelles sortes de situations-problèmes peut-on alors envisager ? Toutes celles qui provoquent réellement la recherche de l'enfant c'est-à-dire celles qui peuvent motiver une activité créatrice. Leur nature est très variée : projet d'action effective (à exécuter matériellement avec des objets concrets ou à l'aide de dessins), projet d'action pratique (qui met en jeu une motivation étrangère aux mathématiques), jeux (qui correspondent à un besoin vital chez l'enfant). Des auteurs contemporains, Dienes est l'un de ceux qui accordent le plus d'importance aux jeux. Il distingue, selon les stades du développement de l'enfant les jeux préliminaires, puis les jeux structurés, enfin les jeux d'entraînement. Ces jeux doivent être pratiqués avec un matériel concret pour les plus jeunes enfants puis on peut introduire des jeux mentaux. Le choix des jeux obéit à un certain nombre de principes :

- **Principe dynamique**, qui exprime la nécessité de recourir précisément à des formes ludiques d'activité (10).

- **Principe de constructivité.** « Mis en présence d'un problème, l'enfant élabore un concept comme une construction réelle » dont il n'apercevra que plus tard les connexions avec les autres concepts qui précèdent la construction de ce dernier;

- **Principe de variabilité mathématique** « Un concept mathématique contient d'habitude un certain nombre de paramètres (**) variables... il semble désirable de faire varier tous les paramètres possibles » en choisissant des situations appropriées. C'est la constance des connexions entre ces paramètres qui constituent le concept. C'est en application de ce principe que l'on fait par exemple utiliser différentes

(**) Paramètre : quantité indéterminée qui entre dans l'équation d'une famille de surfaces, par exemple, et dont la variation permet d'obtenir toutes les variétés de cette même famille.

bases pour dégager le concept de numération de position.

Principe de variabilité perceptuelle.

Un même concept doit être dégagé de situations concrètes différentes, pour qu'il ne se présente pas comme associé à une situation particulière. Par exemple, le concept de nombre ne saurait être « abstrait » des seules figurations constituées par des dominos; il faut qu'il apparaisse comme propriété de toutes sortes de groupements d'objets, indépendante de leur disposition.

• organisation de la classe

L'analyse des conditions les plus favorables à la construction des notions mathématiques a montré la nécessité de placer les enfants dans des situations de recherche, d'invention, de créativité, de provoquer de leur part des rapprochements entre des situations différentes.

Il appartient alors au maître d'organiser le travail pour que se développent toutes les formes possibles de recherche. Travail collectif, travail en groupes, travail individuel répondent à des intentions pédagogiques différentes mais complémentaires (11).

Dans le **travail collectif**, le problème étant posé, la discussion peut prendre la forme d'un entretien libre entre les enfants, le maître intervenant le moins possible. Ses interventions doivent être comprises par les enfants comme une aide et non pas comme une obligation de suivre un chemin donné.

Le **travail par groupes**, qui devient possible à partir de 7-8 ans favorise les échanges actifs de pensée et stimule la recherche. Après une période de recherche libre, les

résultats sont rapportés par les équipes pour une mise au point collective, contrôlée par le maître.

Le **travail individuel**, compris comme un travail de recherche, s'achève comme le précédent par une reprise collective des différents résultats.

Ces deux dernières formes de travail permettent de différencier les sujets d'étude, la plus grande partie du travail doit avoir lieu individuellement ou par petits groupes de deux ou trois enfants. Comme le maître ne peut pas intervenir auprès de chaque enfant en même temps, il est nécessaire que les enfants aient accès librement à des sources d'information : on retrouve l'un des aspects des méthodes Freinet. Cependant, le maître doit être disponible pour apprécier les démarches, et surtout aider ceux qui en ont réellement besoin, faire prendre conscience des erreurs de telle sorte que les enfants les corrigent eux-mêmes.

Le rôle du maître est donc nouveau, dans la mesure où la relation maître-élève est transformée et où par suite l'organisation de la recherche passe en partie par la responsabilité de l'enfant. Le maître devient responsable des conditions dans lesquelles se fera cette recherche, tant du point de vue des méthodes et techniques que du point de vue du climat favorable à la création.

Ces principes pédagogiques ne sont heureusement pas de pures spéculations irréalisables pratiquement, et l'on devine que le maître conserve une grande latitude dans leur mise en œuvre. On sait bien qu'il n'est pas toujours facile de conduire une classe où se déroulent des recherches différentes, où les élèves, au lieu d'être obligés à l'immobilité dans les attitudes faussement atten-

tives, ont le droit de parler entre eux, de se déplacer, de prendre des initiatives. Et cela exige que s'instaure une discipline voulue et comprise par les enfants, et qu'une telle méthode de travail soit appliquée à toutes les activités. Mais tout laisse penser que c'est bien dans de telles classes que les enfants trouvent les meilleures conditions de leur épanouissement et la préparation la plus efficace pour les étapes suivantes de leur éducation.

Marie-Antoinette Touyarot
professeur agrégé
de mathématiques,
détachée à l'E.N.S. de St-Cloud.

BIBLIOGRAPHIE :

- (1) et (3) LE LIONNAIS *Les grands courants de la pensée mathématique* (page 15, éd. 1962). A. Blanchard.
- (2) N. BOURBAKI *Éléments d'histoire des mathématiques* (page 33, éd. 1960). Hermann.
- (4) PIAGET ET AUTRES AUTEURS *Études d'épistémologie génétique. La filiation des structures* (page 3, éd. 1963). P.U.F.
- (5) id. *Implication, formalisation et logique naturelle.*
- (6) et (8) PIAGET *Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence. in L'enseignement des mathématiques* (pages 14 et 32). Delachaux et Niestlé.
- (7) PIAGET *Les méthodes nouvelles; leurs bases psychologiques. in Encyclopédies françaises* (t. XV-15, 26-4 à 15, 26-16).
- (9) et (11) HANS AEBLI *Didactique psychologique* (pages 76 à 85, éd. 1967). Delachaux et Niestlé.
- (10) DIENES *Construction des mathématiques* (page 45, éd. 1966). P.U.F.