

Mais ces domaines n'ont jamais pu être approchés par un quelconque programme réformé de mathématiques. Peut-être, en partie, parce que ceux qui avaient pour tâche de refondre ces programmes ne les connaissaient pas suffisamment; mais surtout parce que, pour être opérationnels, la plupart de ces « mathématiques appliquées » réclame une « technicité » préalable, que justement, il s'agirait d'apprendre au jeune enfant. Et le genre de technicité réclamée tient plutôt de la mathématique d'hier : la maîtrise du calcul, une bonne mémoire, quelques heuristiques justifiées par leur succès *a posteriori*...

Il y a donc un très net divorce entre cette universalisation prétendue des mathématiques et ce qui se passe réellement au sein de la communauté des mathématiciens.

La dernière rencontre décisive entre le monde physique et les mathématiques de pointe fut certainement une coïncidence depuis largement exploitée : celle de la relativité et de ses suites avec les espaces abstraits de la fin du XIX^e. Depuis, justement, la recherche mathématique n'a fait que s'écarter des autres domaines scientifiques pour définir (avec bonheur d'ailleurs !) ses propres directions de recherche : finie la mécanique, la modélisation des objets ou phénomènes dits concrets, les applications à telle ou telle autre science. La mathématique, effectivement, devient indépendante et féconde : depuis Felix Klein, les géomètres savent ce qu'ils cherchent; après Lebesgue, les analystes maîtrisent les problèmes de mesure; la topologie trouve son langage; l'algèbre s'organise... et les questions débattues par les mathématiciens d'aujourd'hui n'ont plus rien à voir avec le monde du commun des mortels; ceux qui en doutent peuvent relire les compte rendus parus dans la presse après le congrès mathématique d'Helsinki (août 1978).

S'il fallait résumer en deux mots la situation des mathématiques dans ces trente dernières années, on pourrait dire : « Bravo » et « Au revoir » (sans espoir de retour) !

● C'est certainement la mise au point d'un bon langage qui a ainsi permis l'envol des mathématiques : lorsque le verbe est au commencement, les choses vont loin (c'est connu) ! Certains cependant furent à ce point émerveillés par ce nouveau jouet-outil qu'ils allèrent un peu trop fort; n'allaient-ils pas jusqu'à s'enorgueillir de faire des livres de géométrie sans aucun dessin ? Malheureusement ce sont les options de ces grands prêtres de l'abstraction qui furent choisies pour les premiers programmes de 4^e-3^e, contrairement à

l'opinion de la grande masse des professeurs du secondaire intéressés. Les nouveaux programmes français de ce niveau sont maintenant revenus à de plus saines conceptions. Mais quel gâchis !

● Il faut bien l'avouer, le langage des mathématiques modernes a subi, au contact de l'enseignement, quelques distorsions un peu exagérées : flèches, diagrammes, bases de numération et vocabulaire relationnel ont envahi les manuels et les activités scolaires. Cela paraît maintenant une petite erreur de jeunesse bien compréhensible et, après tout, pas si grave que cela; car cela n'a pas plus ennuyé les élèves, les professeurs et les parents que les cas d'égalités des triangles ou les sempiternelles mélodies de l'équation du second degré. Il y a eu des abus, certes, qui sont maintenant réprimés par la deuxième vague (plus sereine) du reflux de la réforme.

● Quant aux espoirs des idéologues pédagogues, ce sont encore eux qui font les frais de l'opération. Car, évidemment, le dogmatisme et le dirigisme se sont infiltrés avec vigueur dans le nouveau langage et dans la nouvelle mathématique. Et l'on a revu fleurir autant d'exercices sans intérêt que naguère : tous les sujets, même les plus modernes, s'y prêtent.

On peut rêver aux possibilités d'animation et d'expérimentation qu'auraient alors offerts les calculatrices de poche. Mais, à quoi bon ! L'enseignement n'est-il pas ce qu'il est ? Comme le paradis (ou le pavage de l'enfer) !

Et maintenant ?

Voici venu le temps de l'après-révolution. Le travail est simple et le chemin tout tracé : reprendre les vieilles traditions (le calcul, le dessin géométrique, les dénombrements, les transformations et fonctions utiles...) recomposées par le canal du nouveau langage dont chacun est maintenant imprégné.

Affiner cet outil que l'on commence à avoir en mains et le faire agir sur les objets dépoussiérés, libérés de leur gangue de sémantisme maladroit.

Le temps est un peu au style rétro mais avec tous les artifices de l'électronique ! Quelle fête cela va être, si on peut éviter à la fois les écueils de l'arriérisme sentimental, du scientisme-nouvelle-formule, du ressentiment contre les excès de la nouveauté passée ou de la tentation d'un nouvel absolutisme !

André Deledicq

quelle math une interrog

Présentation

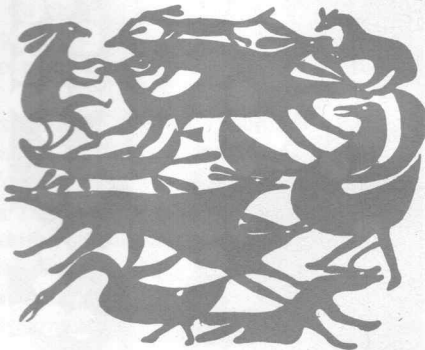
Le « dialogue » qu'on va lire s'inspire, dans sa manière, d'illustres devanciers : les Dialogues de Platon dans l'Antiquité grecque, les Dialogues de Galilée pendant la Renaissance italienne (*).

Ce « retour aux sources » n'est pas forfuit. Il me semble utile d'y recourir étant donné qu'il s'agit de présenter ici une pensée vivante, en devenir, une pensée qui n'est pas sûre d'elle-même et, donc, plus interrogative qu'affirmative, une pensée qui se cherche face à la question, volontairement provocatrice, qui ouvre le présent recueil : « Quelle mathématique pour l'Afrique ? »

Notre « dialogue » sera un dialogue à trois voix entre des personnages imaginaires. Mais ces personnages imaginaires utiliseront à bien des reprises des arguments que nous avons entendus ici ou là au cours de discussions sur la mathématique et sur l'enseignement. Ils pourraient donc être des personnages bien réels.

Ces personnages nous les désignerons par trois initiales : « P » comme « Profane », « M » comme « Mathématicien », « I » comme « Ingénieur »...

Jean Sauvy



(*) Platon, philosophe grec, disciple de Socrate et maître d'Aristote (428-347 avant Jésus-Christ); Galilée Galilei, mathématicien, physicien et astronome italien (1564-1642), fondateur de la physique classique.

thématique pour l'Afrique ?

gation à plusieurs voix

Première journée

« Venez, on va raconter des contes. »*

M. – Ainsi, nous voilà réunis pour parler de mathématique.

I. – Oui, de mathématique. Plus précisément, je propose que nous examinons les deux questions suivantes : 1^{re} question : « Pourquoi des mathématiques pour l'Afrique ? » et 2^e question : « Quelle mathématique pour l'Afrique ? »

P. – Je veux bien participer à ce débat mais, comme je ne connais rien aux mathématiques, je ne serai d'aucun secours.

I. – Bien au contraire. Tu es indispensable. Tu seras la voix du profane, la voix du bon sens... A la réflexion, je crois qu'avant d'aborder les deux questions que je viens de poser, nous devrions nous demander « à quoi servent les mathématiques ? » C'est une question valable pour l'ensemble de l'humanité et pas seulement pour l'Afrique.

P. – Oui. Voilà qui m'intéresse. Allons-y pour « à quoi servent les mathématiques » ?...

M. – Nous t'écoutons.

I. – Je crois qu'il faut distinguer plusieurs niveaux de besoins. Je m'explique. Dans la vie quotidienne, les hommes et les femmes ont parfois besoin de recourir à des techniques mathématiques simples.

P. – Peux-tu donner des exemples ?

I. – Il m'en vient plusieurs à l'esprit. Il y a naturellement les calculs simples que l'on fait quand, par exemple, on veut déterminer l'âge d'une personne

connaissant l'année de sa naissance, ou l'heure à laquelle on doit partir pour atteindre tel lieu à telle heure sachant qu'il faut tant d'heures et tant de minutes pour y aller...

M. – ... ou des calculs un peu plus compliqués, nécessaires par exemple, pour déterminer quelle somme on devra payer chaque mois pendant dix mois pour rembourser une dette de 1 000 F assortie d'un intérêt de 10% l'an...

P. – Bon, je vois ce dont il s'agit. Il s'agit essentiellement d'arithmétique.

I. – Surtout d'arithmétique, voire d'un peu d'algèbre, avec parfois une petite intervention de la géométrie. Exemple : combien faut-il de mètres linéaires de grillage pour entourer une cour ronde de 10 m de diamètre, une cour carrée de 10 m de côté ?

M. – Tu fais allusion au « bagage mathématique » minimum dont devrait être pourvu chacun de nous.

I. – Exactement. J'appellerai cette mathématique-là, la « mathématique de tous les jours ». Elle est essentiellement pratique. Elle nécessite seulement de connaître quelques procédés techniques qui méritent à peine le nom de mathématiques : techniques de calcul, plus rarement techniques de dessin géométrique.

P. – Donc, c'est ça le premier niveau, celui qui correspond à peu près à mon niveau personnel de connaissance... et les autres niveaux, que sont-ils ?

I. – Après la « mathématique de tous les jours », très élémentaire, il y a ce que j'appellerai la « mathématique de l'ingénieur », le terme « ingénieur » désignant dans mon esprit aussi bien l'ar-

« Plus nos connaissances s'accumulent, plus le schéma d'ensemble s'obscurcit, parce que les dimensions se multiplient, et que l'accroissement des axes de référence au-delà d'un certain seuil paralyse les méthodes intuitives : on ne parvient plus à imaginer un système dès que sa représentation exige un continuum dépassant trois ou quatre dimensions. »

Claude Lévy-Strauss *.

penteur et le métreur, par exemple, que l'ingénieur proprement dit.

P. – Ne s'agit-il pas là d'une mathématique nettement plus difficile ?

I. – Oui. Mais il y a plusieurs degrés de difficultés dans ce second niveau.

Prenons le métreur, par exemple. Une de ses tâches est d'effectuer des cubatures d'ouvrage (terrassements, maçonneries), de chiffrer leurs coûts à l'aide de barèmes de prix unitaires, de dresser le devis d'ensemble de telle ou telle construction. Pour ce faire il doit essentiellement calculer avec les quatre opérations arithmétiques, appliquer quelques formules simples (calcul du volume d'un cylindre, par exemple), utiliser des tables et des abaques. Ce n'est pas une mathématique de haut niveau. C'est plutôt une mathématique de routine.

M. – Le topographe, lui, fait sur le terrain des relèves d'angles et de distances. Il pourra avoir à utiliser des ta-

* Formule consacrée pour commencer un conte en pays Bambara.

* « La pensée sauvage », p. 117.

bles de sinus, cosinus, tangentes et connaître un peu de trigonométrie. Il devra pouvoir éventuellement faire des calculs d'erreur et, donc, connaître un peu de calcul des probabilités.

I. – La connaissance du calcul des probabilités sera également nécessaire au statisticien qui devra être capable de calculer des moyennes pondérées, des variances, des intervalles de confiance, des probabilités de défaillance...

L'ingénieur enfin – je pense à l'ingénieur du rang, pas à l'ingénieur engagé dans des recherches – devra avoir un bagage mathématique plus étoffé, il devra savoir manier les logarithmes et être à l'aise dans l'utilisation des algorithmes...

P. – **Je t'arrête, « algorithmes », cela ne me dit rien.**

M. – « *Algorithme* » ! dans notre jargon, cela désigne une « procédure de calcul » à échelons multiples, c'est-à-dire la succession des démarches mathématiques s'enchaînant les unes aux autres qui sont nécessaires pour atteindre un certain objectif de calcul...

P. – **J'entrevois : une sorte de « plan de bataille » ou de « programme de marche » !**

I. – Si tu veux... L'ingénieur pourra avoir à résoudre des systèmes d'équations à plusieurs inconnues, parfois il aura à résoudre des équations aux dérivées partielles... Peut-être aura-t-il à calculer des intégrales. Mais, attention ! En général, il tombera sur des problèmes « classiques » pour lesquels les méthodes de traitement à mettre en œuvre sont bien au point. Et si, d'aventure, il rencontre un problème hors du courant, il est rare qu'il ne puisse pas se tourner vers un mathématicien professionnel lequel se comportera à son égard un peu comme le médecin spécialiste se comporte vis-à-vis du médecin de famille venu le consulter.

P. – **Autrement dit, si je comprends bien, l'ingénieur ordinaire n'a pas besoin d'avoir des connaissances mathématiques de très haut niveau ?**

I. – Non, pas de très haut niveau. Il suffit qu'il ait une bonne culture mathématique générale et, éventuellement, qu'il soit rompu aux calculs spécialisés que sa technique requiert.

M. – (S'adressant à I.) : *Tu nous as parlé jusqu'ici de deux niveaux de mathématique : le niveau « math de tous les jours » et le niveau « math de l'ingénieur ». Et après ?*

I. – Après, je vois un troisième niveau que je ne sais trop comment appeler...

peut-être la « mathématique mathématicienne »...

P. – **Et à quel type de besoin correspond cette mathématique-là ?**

I. – J'aimerais mieux que notre amie M. réponde puisque, en tant que mathématicienne, elle pratique couramment ce type de mathématique (se tournant vers M.), veux-tu répondre ?

M. – *Je vais essayer mais je suis embarrassée car, comme beaucoup de mathématiciens, je ne me pose pas explicitement la question de l'utilisation éventuelle de la matière mathématique sur laquelle je travaille. Je vois la mathématique comme un tout, une sorte de forêt qui se développe chaque jour par des apports provenant d'horizons divers. Dans cet effort collectif je ne suis qu'un modeste ouvrier et je ne sais pas très bien à quoi servira telle ou telle espèce d'arbre qui aura poussé dans la forêt en question... Je dirai donc que cette mathématique-là, cette mathématique de troisième niveau que tu appelles « mathématicienne » et qu'on peut appeler « mathématique pure », ne répond pas directement à des besoins techniques ou autres explicitement formulés. Elle constitue plutôt un fonds à la disposition de tous et de chacun, pour des utilisations éventuelles, des utilisations qui, peut-être, ne se manifesteront que d'ici dix ou vingt ans !*

P. – **Tout cela me paraît très clair... En somme, la mathématique pure ou... mathématicienne... est une mathématique désintéressée qui se développe suivant sa propre dynamique. Si elle a des retombées utiles, tant mieux, sinon, tant pis... (s'adressant à I.) : « est-ce bien ça » ?**

I. – Oui ! J'ai compris comme toi. Et, en écoutant parler notre amie M., en l'écoutant évoquer avec bonheur cette forêt universelle où foisonnent les initiatives individuelles de mathématiciens dispersés sur l'ensemble du globe, j'ai été gagné par son lyrisme, séduit par les efforts désintéressés de ces chercheurs. Mais en même temps, je me suis dit que ce « désintéressement » à l'égard des fins pratiques était un phénomène récent... récent à l'échelle des siècles s'entend !

P. – **Explique-toi.**

I. – Oui, quand tu regardes le développement des mathématiques pendant la Renaissance, c'est-à-dire aux XV^e, XVI^e siècle, ou pendant le XVIII^e siècle, tu ne peux manquer d'être frappé par le fait qu'alors la mathématique n'était pas une fin en soi, elle était au service des chercheurs – physi-

ciens, astronomes, bâtisseurs... – qui en avaient besoin pour faire avancer leur art.

M. – *C'est vrai sans doute aussi pour l'Égypte ancienne où la mathématique était au service des arpenteurs de la vallée du Nil chargés de replacer les bornes territoriales après la crue du fleuve ou au service des architectes constructeurs des pyramides... Mais ça n'est pas vrai – me semble-t-il – pour la mathématique des Grecs anciens, des Arabes du Moyen Âge et des Chinois du 1^{er} millénaire avant notre ère... Eux aussi, comme aujourd'hui, faisaient de la mathématique non directement utilitaire...*

P. – **Ah, voilà qui m'intéresse. Peux-tu préciser ta pensée...**

M. – *Je n'ai qu'une connaissance très imparfaite de l'histoire des mathématiques... Je ne l'ai pas étudiée spécialement... seulement quelques lectures de ci, de là... Je peux seulement vous donner une idée de ce que j'ai retenu de ces lectures.*

I. – Nous t'écoutons.

M. – *Je commence par les mathématiciens grecs, les Grecs anciens, bien sûr !*

Parmi eux, je vois bien quelques hommes préoccupés d'appliquer pratiquement leurs connaissances mathématiques, Archimède, par exemple, inventeur de la vis qui porte son nom. Mais je vois surtout des gens qui, tel Platon, englobaient la mathématique dans leurs préoccupations mystico-esthétique-philosophiques, ou Euclide qui, bien avant les axiomaticiens du XIX^e siècle, a conçu la géométrie comme un édifice conceptuel trouvant sa raison d'être en lui-même.

P. – **A la première occasion, il faudra que tu m'expliques ce que c'est qu'un « axiomaticien ». Mais continue...**

M. – (S'adressant à I.) : *Es-tu d'accord avec ce que je viens de dire des Grecs ?*

I. – Absolument. J'ajouterai même que les mathématiciens grecs de l'école de Platon ne souhaitaient pas que leur « science » soit largement divulguée. L'activité mathématique à cette époque était presque une activité secrète...

P. – **Et les Chinois ?**

M. – *Ah ! la mathématique chinoise, c'est un monde à part. Un monde que je ne connais guère qu'à travers « La pensée chinoise » de Marcel Granet.*

Les anciens Chinois, disons les Chinois d'avant l'ère chrétienne, d'après ce

Les nombres dans la Chine ancienne d'après Marcel Granet

« Les premières spéculations sur les nombres sont dominées par le fait qu'on voit en eux des rubriques emblématiques commandant les systèmes traditionnels de classifications. Cette attitude à l'égard des nombres, qui apparaît dans le Hong Fan comme dans le Hi ts'eu, est attestée dès les premiers débuts de la littérature savante.

Les utilisations qu'ont pu faire des nombres les différentes techniques, loin de modifier cette attitude fondamentale, l'ont plutôt renforcée. Assimilés à des sites, et toujours considérés en rapport avec des temps et des espaces concrets, les nombres ont pour rôle essentiel non pas de permettre des additions, mais de représenter et de lier entre eux divers modes de divisions, valables pour tels ou tels groupements. Plutôt qu'à supputer des quantités différentes on les emploie à noter les organisations variables qu'on peut attribuer à tels ou tels ensembles. Les différences qualitatives de ces groupements et leur valeur de Total absolu intéressent beaucoup plus que leur valeur arithmétique, telle que nous l'entendons. On se plaît à diviser en secteurs plutôt qu'on ne songe à faire des sommes d'unités.

D'où l'importance : d'une part, des nombres, tels 5 ou 6, qu'on affecte au centre et qui, considérés comme des expressions privilégiées du total, servent surtout, employés comme diviseurs, à symboliser des modes de répartition ; d'autre part de grands nombres, tels 360, faciles à diviser, qui apparaissent comme des expressions périphériques du total. Sans doute, ces dispositions de l'esprit chinois ont-elles gagné en force par suite de l'usage que les techniciens du calendrier et de la musique ont fait des nombres. Comme il les ont employés pour exprimer – je ne dis pas pour mesurer – des rapports, des secteurs ou des angles, l'arithmétique, demeurant au service d'une géométrie adaptée à un espace-temps conçu comme un milieu concret, ne s'est point transformée en science de la quantité ».

La pensée chinoise
Éditions Albin Michel, 1950

que j'ai cru comprendre, n'utilisaient pas tellement les nombres pour compter, ou, plus exactement, ils ne s'en servaient pas que pour compter...

P. – **Qu'en faisaient-ils donc ?**

M. – Ils les utilisaient comme des rubriques, des emblèmes... Si tu préfères, c'était un peu comme des mots à significations multiples.

P. – **Je ne vois toujours pas !**

M. – Prenons le nombre 5, par exemple. Quand il apparaissait dans un texte, dans un exercice de divination, dans un dessin,... il pouvait aussi bien évoquer un rang dans un classement hiérarchique (le 5^e rang), que la présence de cinq éléments, ou qu'une position, un site, une direction, dans une configuration spatiale...

I. – Tu veux dire qu'en plus de sa valeur cardinale et ordinale, le nombre chinois avait également une valeur de situation ?

M. – C'est à peu près ça, mais c'est moins simple. Ainsi le nombre « quatre » pouvait connoter une disposition en carré. Et, le nombre « sept » pouvait évoquer un « total centré » dans lequel on pouvait distinguer deux composantes : la composante « quatre », d'une part, qui renvoyait au carré et la composante « trois », d'autre part, qui reflétait une situation d'alignement Nord-Centre-Sud, si bien qu'au total on pouvait considérer la rubrique ou l'emblème « sept » comme évoquant un « carré orienté ».

P. – **Ciel !**

M. – Les Chinois de cette haute époque n'hésitaient pas à marier les nombres : mariage symbolique, bien sûr, et d'autant plus difficile à comprendre pour nous que, souvent, à l'occasion de ces mariages, les nombres échangeaient leurs attributs. Ainsi, un nombre réputé « yin », c'est-à-dire évoquant la féminité, après mariage avec un nombre « yang » – masculin, se retrouvait dans le territoire spatial réputé « Yang » et réciproquement... Et puis il y a toute cette alchimie des « carrés magiques » qui est encore plus déroutante... Je ne me sens pas capable d'en parler de mémoire. Pour me résumer, je dirai que cette façon d'utiliser les nombres n'est pas orientée vers des fins pratiques de calcul. Les nombres sont au service de la pensée organisatrice. Ils servent à mettre de l'ordre dans l'univers. Tu vois, nous sommes loin des préoccupations directement utilitaires !

P. – **Et c'est la même chose pour les Arabes ?**

M. – Je n'en ai pas l'impression. Chaque période, chaque tempérament, si j'ose dire, utilise les outils conceptuels de manière spécifique. Dans le cas des Arabes, je connais mal la question. Les mathématiciens arabes qui vivaient à Bagdad aux VIII^e et IX^e siècles de notre ère semblent s'être davantage intéressés au calcul qu'à la géométrie. Ce sont eux qui ont créé les premières ébauches d'algèbre et qui semblent avoir inventé la pratique de l'algorithme dont nous parlions tout à l'heure. C'était d'autant plus nécessaire qu'à l'époque il s'agissait d'une « algèbre parlée ». Faute de la ligne guidante que fournissait l'algorithme, il aurait été bien difficile de ne pas s'embrouiller dans les enchaînements des calculs... Nous savons que, dans ces exercices-là, les mathématiciens arabes ont fait preuve d'une grande virtuosité. Nous leur sommes redevables du système de numérotation de position avec intervention du nombre zéro...

I. – ... « zéro », encore un mot qui, à côté « d'algèbre » et « d'algorithme », est d'origine arabe !

M. – ... Oui ! Ces mathématiciens ont certainement apporté des clartés nouvelles en matière d'astronomie et de calcul trigonométrique. Mais leurs préoccupations, me semble-t-il, étaient davantage tournées vers le spéculatif que vers la pratique...

P. – **Autrement dit, ils n'avaient pas une mentalité d'ingénieur ?**

M. – Je ne le crois pas, à mon sens

ils étaient plus esthètes qu'ingénieurs... plus alchimistes que chimistes !

P. – **Après ce que je viens d'entendre il me semble qu'on peut en gros distinguer deux grands usages de la mathématique : un usage « matériellement » utilitaire et un usage « conceptuellement » utilitaire !**

M. – *C'est un peu caricatural mais je crois que c'est exact... Et l'usage matériellement utilitaire serait minoritaire dans l'histoire mondiale, puisqu'il serait surtout le fait des ingénieurs mathématiciens d'Europe occidentale, de la Renaissance au XIX^e siècle. (S'adressant à I.) – Es-tu d'accord ?*

I. – Oui. Mais en t'écoutant parler, j'ai compris que là n'est pas le problème que j'avais envie de soulever.

P. – **Et où est-il alors ?**

I. – Je crois qu'il est dans une sorte de décalage entre le très haut niveau d'abstraction qu'a atteint la mathématique en Occident depuis la fin du XIX^e siècle et les capacités intellectuelles moyennes de la population.

P. – **Tu veux dire que l'intelligence de l'homme moyen n'est pas prête à affronter les difficultés de cette mathématique-là ?**

I. – C'est bien ça. J'ai la même impression dans ce domaine que je l'ai dans un autre domaine, celui de la vitesse. Les capacités de réaction de l'homme moyen, me semble-t-il, ne sont pas adaptées aux exigences de la conduite d'une automobile roulant à quelques 150 km à l'heure ! De même il me semble que le niveau d'abstraction où se situe normalement le raisonnement d'un individu moyen est nettement moins élevé que celui que proposent les théories mathématiques actuelles.

M. – *Si je comprends bien, tu estimes que le développement de la pensée mathématique collective est allé plus vite que le développement des capacités d'abstraction des hommes pris individuellement ?*

I. – C'est cela-même.

P. – **J'entrevois ce que tu veux dire, mais j'aimerais que tu précises davantage ta pensée.**

I. – Volontiers, mais cela risque d'être long. J'aimerais y réfléchir... Je propose que nous en reparlions demain.

M. – *Bonne idée. Arrêtons-nous là pour aujourd'hui. Nous reprendrons cette discussion demain.*

Deuxième journée

*« Même si l'on ne s'adresse pas à toi, écoute ce qu'on dit à l'autre, cela peut te servir un jour. »**

P. – **Nous nous sommes séparés hier avec le projet d'examiner ta « thèse » suivant laquelle la pensée mathématique collective en Occident aurait progressé plus vite que les capacités d'abstraction de la moyenne des hommes de notre temps. C'est bien ça ?**

I. – C'est bien ça ! Si vous voulez, je vais essayer de développer mes arguments que j'ai affûtés depuis hier.

(S'adressant à M.) : Pour cela je crois qu'à l'intention de notre ami P. qui est profane en la matière et qui avait d'ailleurs posé la question hors de notre premier entretien, je dois dire quelques mots du « raisonnement axiomatique ».

M. – *Oui. Il faut commencer par là.*

I. – Donc la pensée mathématique actuelle met en scène des « être mathématiques » qui sont purement abstraits. C'est une grande différence avec les êtres mathématiques qu'ont élaborés voici quelques siècles les Galilée ou les Newton. Les concepts de cette époque étaient nés en tant qu'abstraction directe du monde physique. La droite géométrique, par exemple, était une idéalisation du modèle tangible que fournissait la vue d'un rayon de lumière ou le toucher de l'arête d'une règle. Dans la conception actuelle, les êtres mathématiques sont sans attache avec le monde sensible, ils sont des abstractions pures ne prenant vie qu'au sein d'un système ad hoc – lui-même purement abstrait – et qui ne peuvent être utilisés que par référence à cette totalité.

P. – **(S'adressant à M.) : Peut-être pourras-tu m'éclairer par un exemple, toi qui fréquentes quotidiennement ce type d'abstraction ?**

M. – *(Après un instant de réflexion.) : Volontiers ! Je vais prendre un exemple aussi simple que possible, enfin... relativement simple. Il s'agira d'une géométrie projective plane. Pour mettre en place celle-ci, je me donne :*

– un ensemble P appelé « ensemble de points » ;

– un ensemble D appelé « ensemble de droites » ;

– une relation binaire de P vers D appelée « relation d'incidence » dont les propriétés sont définies par trois axiomes :

1^{er} axiome : si p et p' sont deux points, c'est-à-dire deux éléments appartenant à l'ensemble P, ils sont incidents à une droite de D ;

2^e axiome : si d et d' sont deux droites de D, elles sont incidentes à un point au moins de P ;

3^e axiome : il existe au moins quatre points de P dont trois quelconques ne sont pas incidents à une même droite d de D.

I. – (S'adressant à P.) : Tu as là un excellent exemple de ce que je voulais dire tout à l'heure. La géométrie ainsi « mise en place », comme dit M., forme un système dont les êtres individuels ou collectifs sont des points, des droites, des ensembles de points et des ensembles de droites. Ce système est régi par la relation d'incidence qui, elle-même, se trouve définie, opératoirement, par trois « décrets » fondamentaux, les trois axiomes énoncés par M. ...

M. – *... et c'est par référence à cette notion d'axiomes que l'on parle d'introduction axiomatique de ladite géométrie.*

P. – **Merci pour l'exemple. Malheureusement il ne m'éclaire guère. Tout au moins ne permet-il de comprendre qu'il s'agit-là de quelque chose de très désincarné... Désincarné, au point que ton discours n'évoque rien pour moi et que je me sens complètement étranger à ces jeux de l'esprit.**

I. – C'est bien là que le bât blesse. Dans leur souci de rigueur axiomatique et succombant à la tentation de découvrir chaque fois de nouveaux niveaux d'abstraction plus englobants que les précédents, les mathématiciens modernes s'écartent tellement de l'intuition courante que les systèmes qu'ils édifient ont toutes les caractéristiques de constructions de l'esprit, de jeux de l'esprit.

P. – **Tu parles des « mathématiciens modernes », les choses n'ont donc pas toujours été ainsi ?**

I. – Non, le tournant en Europe occidentale se situe il y a un peu plus d'un

* Paraphrase d'un proverbe tsiluba - République populaire du Congo.

siècle. Vers le milieu du siècle dernier la mathématique que j'ai appelée « la mathématique de l'ingénieur » était très largement constituée. Elle était devenue banale, bien maîtrisée, peu favorable à de nouvelles innovations et à de nouvelles découvertes.

Alors les mathématiciens-chercheurs ont changé de cap. Ils ont commencé à s'intéresser à la mathématique en tant que système et ils ont appliqué l'instrument mathématique à la mathématique elle-même. C'est le cas, par exem-

plu, diverses branches s'étaient développées jusqu'alors sans grande coordination – et ils ont bâti et continuent de bâtir, pierre à pierre, une construction dont le ciment est purement axiomatique.

M. – *Cet effort me paraît positif. Certes la mathématique de ce type fait appel à des concepts unificateurs de haut niveau d'abstraction, tels que le concept de « groupe » ou le concept « d'espace » mais elle permet souvent de réaliser des économies de pensée remar-*

I. – Exactement.

P. – **C'est bien ce que je ressens personnellement... et je suis moi-même inquiet quand je vois qu'un de mes fils, âgé de 15 ans, qui n'est sans doute pas plus bête qu'un autre, ne « mord » absolument pas à la mathématique qu'on lui propose en classe de seconde C.**

I. – Ne crois pas que ton fils soit un cas particulier. De toute part, et pas seulement en France, il y a une proportion très forte d'élèves en situation d'échec vis-à-vis des mathématiques. Je me souviens avoir lu l'an dernier une étude anglaise, indiquant qu'en Grande-Bretagne beaucoup d'élèves du niveau secondaire ne maîtrisent qu'imparfaitement ou ne maîtrisent pas du tout la notion de proportion et le maniement des fractions...

P. – **Je commence à mieux voir ce problème des niveaux d'abstraction (s'adressant à I.) – Tu disais que la marche vers l'abstraction s'était accélérée depuis trois quarts de siècle, pourrais-tu préciser ?**

I. – Je vais essayer... oui, je vais prendre l'exemple du concept mathématique de groupe. Le groupe est une structure de base qui fait appel d'une part aux éléments d'un ensemble – on ne précise pas autrement ce que sont ces êtres volontairement désincarnés – et à une opération qui opère sur ces éléments pris deux à deux. Cette opération que l'on appellera par exemple « opération étoile », elle aussi, reste très largement non précisée. Il suffit qu'elle se comporte vis-à-vis des éléments en question d'une certaine manière pour que le « combiné » ensemble/opération forme un groupe.

Nous sommes là à un haut niveau d'abstraction. Et nous passons à un niveau inférieur d'abstraction quand nous exhibons un groupe particulier dont on a spécifié les ingrédients, par exemple le groupe qui prend comme ensemble l'ensemble des nombres réels et qui fait jouer comme opération une opération arithmétique classique telle que la multiplication...

Cet exemple m'est venu à l'esprit parce que je l'ai entendu cité l'an dernier, dans le cadre du Séminaire de philosophie mathématique de l'École normale supérieure, à l'occasion d'un exposé du professeur Dieudonné...

M. – *Dieudonné, l'un des fondateurs de l'équipe Bourbaki ?*

I. – Oui, Dieudonné lui-même, donc un orfèvre en la matière s'il en est, qui parlait précisément de la naissance de la notion de groupe au XIX^e siècle.

Le rôle historique du « Programme d'Erlangen » de F. Klein d'après J. Dieudonné

« Le « programme d'Erlangen » de F. Klein est, à juste titre, considéré comme un des jalons les plus importants de l'histoire des mathématiques au XIX^e siècle. Avec un siècle de recul, on peut dire qu'il constitue une sorte de « ligne de partage des eaux » : il apparaît comme un aboutissement de la longue et brillante évolution de la Géométrie projective depuis le début du siècle, qu'il résume, condense et « explique » grâce à la mise en valeur du rôle fondamental joué par le concept de groupe. Et ce faisant, il inaugure en même temps la domination que va graduellement exercer la théorie des groupes sur toutes les mathématiques (et non seulement la Géométrie), ainsi que la fusion de plus en plus étroite des concepts issus de l'Algèbre, de la Géométrie ou de l'Analyse : tendances qui sont parmi les plus caractéristiques de la mathématique d'aujourd'hui ».

ple, de Félix Klein, pionnier en la matière, avec sa fameuse dissertation de 1872 connue sous le nom de **Programme d'Erlangen** et dont le sous-titre était, si je ne me trompe, « Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes ».

M. – *On pourrait également citer Hilbert, qu'on présente comme le père de l'axiomatique.*

I. – Mais cette nouvelle façon de traiter les mathématiques s'est surtout répandue parmi les enseignants du Supérieur – je pense spécialement à la France – au cours de ces quarante dernières années, dans le sillage de la grande entreprise de Nicolas Bourbaki.

P. – **Nicolas Bourbaki ? Connais pas !**

I. – Il s'agit d'un effort collectif poursuivi depuis les années trente par un ensemble de mathématiciens, ensemble renouvelé en permanence, qui œuvre et publie sous le pseudonyme de N. Bourbaki.

Ces mathématiciens ont entrepris systématiquement de mettre de l'ordre dans l'édifice mathématique – dont les

quables, elle introduit souvent simplicité et élégance là où, au XIX^e siècle, il y avait complication et lourdeur.

P. – **Alors, tout va pour le mieux !**

I. – Non ! Je ne le pense pas. Car précisément, je trouve, comme je l'ai dit, que la marche vers l'abstraction est allée trop vite. Seuls quelques esprits privilégiés ont pu suivre cette allure endiablée. Et la plupart des usagers de la mathématique, ingénieurs, architectes, médecins, sont dépassés...

M. – *Ceux qui ont fait leurs études il y a vingt-cinq ou trente ans, pas les plus jeunes !*

I. – Certains « plus jeunes » aussi, y compris des professeurs de mathématiques ! Pourquoi ? Parce que dans sa conception actuelle, dans son langage, dans sa présentation, la mathématique d'aujourd'hui, spécialement en France, ne peut être accessible qu'à la faible fraction de la population hyperintellectualisée attirée par l'exercice de l'hyper-abstraction.

P. – **Autrement dit, c'est une mathématique pour l'élite !**

Dieudonné s'étonnait que de grands mathématiciens – il a cité Gauss et Poincaré je crois – n'aient pas ressenti le besoin, alors qu'ils manipulaient couramment des groupes spécifiques tantôt dans le domaine de l'algèbre, tantôt dans celui de la géométrie, de dégager leur structure commune. Il a fallu attendre le début du XX^e siècle pour que le groupe en tant que structure englobante pouvant aussi bien se référer à des êtres algébriques qu'à des êtres géométriques se dégage clairement, soit explicitement et passe dans « l'outilage » courant du mathématicien.

M. – *Et mon propre professeur de math, qui n'a pas encore soixante ans, me disait qu'au cours de ses études, il y a donc à peine quarante ans de cela, il n'avait jamais entendu parler de groupe !*

I. – Oui. Et ce qui se passe, c'est qu'aujourd'hui on attend d'un élève de 15 ou 16 ans qu'il évolue à l'aise à ce haut niveau d'abstraction... c'est comme si on demandait à un homme de la plaine d'entreprendre l'ascension de l'Himalaya sans préparation ni masque à oxygène.

M. – *Alors que faire ? Faut-il brûler une bonne part des livres de mathématiques, en commençant par les ouvrages de Nicolas Bourbaki, faut-il renvoyer aux champs les professeurs de mathématiques ?*

I. – Dans l'abstrait ce serait peut-être la bonne solution, mais il ne me paraît guère possible de l'envisager. On crierait à l'obscurantisme, on évoquerait les bûchers de l'Inquisition ou les « méfaits » de la Révolution culturelle chinoise.

P. – **Alors un « moratoire », comme les écologistes le demandent à propos de la construction des centrales nucléaires ?**

I. – Je ne crois pas que ce soit non plus envisageable. On n'arrête pas le progrès, c'est bien connu ! Par contre je me dis – et là nous en arrivons à notre propos initial – je me dis que les pays, notamment en Afrique, qui ont la chance de ne pas s'être encore trop profondément engagés dans la voie que la France a si « brillamment » explorée depuis un demi-siècle devraient y réfléchir à deux fois avant d'emboîter le pas.

M. – *Eh bien ! Au moins tu n'y vas pas par quatre chemins, comme on dit. Te rends-tu compte des objections qu'une telle proposition va déclencher ? « Comment, diront les intellectuels des pays concernés, on nous refuse la fine fleur de la mathématique avancée sous prétexte que cette mathématique-là est trop abstraite » ? « On veut nous*

cantonner dans la mathématique utilitaire du XIX^e siècle » ? etc...

I. – Ces objections, je ne les ignore pas. J'y suis sensible. Aussi est-ce une orientation assez différente que j'envisage pour un pays qui s'ouvre à la mathématique.

P. – **Peux-tu préciser ?**

I. – Je vais essayer. Et pour cela je reviens à ce que je disais au début de notre premier entretien concernant les divers **niveaux de besoin** en matière mathématique.

P. – **Oui, je me souviens. Tu avais commencé par faire allusion à la « mathématique de tous les jours ».**

I. – C'est en effet un niveau qui me tient à cœur, bien qu'à mon avis il ne mérite guère le label « mathématique ». La mathématique en question est enseignée à l'école primaire. Le contenu ne fait guère problème. Le souci numéro un doit porter sur la pédagogie, mais je ne suis pas assez compétent pour me permettre d'en parler...

P. – **Passons donc au deuxième niveau, comment vois-tu les choses ?**

I. – Le deuxième niveau, c'est celui des notions mathématiques que peuvent acquérir après la fin de l'enseignement primaire, les enfants âgés de dix à quatorze/quinze ans, ce qui en France, correspond aux années de collège.

P. – **Le premier cycle du secondaire ?**

I. – Oui. A ce moment-là, d'après les observations du psychologue de Genève Jean Piaget, le niveau de développement de l'intelligence de l'enfant lui permet d'accéder à la pensée hypothético-déductive et, par conséquent, au raisonnement mathématique. A ce moment-là, l'enfant peut être invité à faire des mathématiques.

P. – **Mais quelles mathématiques ?**

I. – Je dirais plutôt : « des mathématiques pour quelles fins » ?... et je poserai la question : « des mathématiques pour aider à la formation générale de l'esprit ou des mathématiques directement utilisables ? »

P. – **Ou un mélange des deux ?**

I. – ... ou un mélange des deux.

Personnellement je considère qu'il s'agit là d'un choix capital car il est très étroitement lié aux objectifs socio-économiques que le pouvoir politique d'un pays donné se fixe. Si on se propose comme objectif prioritaire de for-

mer très rapidement des hommes et des femmes capables d'assurer les tâches appelées par l'industrialisation et la technicité de type occidental, on mettra plutôt l'accent sur les mathématiques directement utilisables.

M. – *Celles que tu appelais hier « les mathématiques de l'ingénieur » ?*

I. – C'est ça. Si au contraire on propose comme objectif de former des hommes et des femmes capables de participer à la définition de l'avenir de leur propre pays suivant des voies originales, il me semble que l'on devrait plutôt envisager le recours à une « mathématique de formation générale ».

M. – *En quoi cela consisterait-il ?*

I. – Il faudrait y réfléchir... A première vue, il me semble que la formation mathématique peut concourir de diverses façons à la formation générale de l'esprit.

Par exemple, le raisonnement mathématique fournit des modèles de raisonnement qui peuvent être utilisés dans des situations non-strictement mathématiques. Je pense au raisonnement que l'on applique couramment dans les démonstrations géométriques. On émet une hypothèse – par exemple les deux droites D 1 et D 2 sont parallèles – on regarde les conséquences qui en découlent pour des parties de la figure incorporant ces deux droites. Si toutes ces conséquences apparaissent comme compatibles avec l'ensemble des données du problème, la proposition se trouve démontrée. C'est là un mode de pensée qui permet parfois de voir clair dans des situations de la vie courante.

La pratique du raisonnement mathématique peut également jouer un rôle dans l'apprentissage de la rigueur. Ce ne sont là que quelques exemples qui me viennent à l'esprit (se tournant vers M.) : Sans doute en vois-tu d'autres ?

M. – *Oui, bien sûr ! Je pense que la pratique de la résolution des systèmes d'équations, si cette pratique met vraiment en jeu des raisonnements et pas simplement l'application d'un procédé mécanique, est propice à développer ce que j'appellerai « l'esprit de système ».*

Je vois également l'intérêt du raisonnement par récurrence qui permet, de proche en proche, de généraliser, d'aller du moins complexe au plus complexe...

Je vois aussi l'intérêt de la pratique axiomatique, dans la mesure où elle est une sorte de « gymnastique de l'esprit », dans la mesure où elle apprend à passer d'un niveau d'abstraction à un niveau supérieur et, ainsi, d'accéder à

l'appréhension de structures cachées communes à des situations d'apparences diverses...

P. – A vous entendre, j'ai l'impression que la pratique du raisonnement mathématique peut apporter beaucoup à la formation de l'intelligence !

I. – J'en suis persuadé ; mais je dois néanmoins faire deux réserves très importantes...

P. – Nous t'écoutons.

I. – La première réserve concerne le dosage « mathématique/autres disciplines ». Sans reprendre à mon compte la fameuse distinction entre « esprit de finesse » et « esprit de géométrie », je pense que l'exercice trop exclusif de la pensée mathématique risque de laisser en friche des possibilités de l'esprit humain qui ne demandent qu'à fleurir.

M. – Veux-tu préciser ?

I. – La pensée mathématique procède suivant une démarche linéaire : un pas, puis encore un pas, puis encore un pas ! Et le discours associé à cette démarche est une sorte de monologue qui enchaîne des propositions à la queue-leu-leu...

M. – C'est vrai pour la pensée mathématique achevée : quand on rédige la démonstration et qu'on aligne les formules. Mais, auparavant, il y a une démarche en zig-zag, tâtonnante, qui s'engage dans des culs-de-sac, revient en arrière. Ce sont les démarches de ce type qui, à mon avis, sont formatrices pour l'intelligence en général.

I. – Je te l'accorde : quand on cherche, on dialogue avec soi-même, d'une certaine façon... Il n'en reste pas moins que le raisonnement mathématique ne procède pas de façon dialectique. Il ne sait pas incorporer dans sa démarche des éléments contradictoires. Il est rigide. Et si parfois, par l'élégance de ses raccourcis, il porte en lui quelque beauté architecturale, il est par contre fermé à la poésie des demi-teintes...

P. – En somme, constatant que la pensée mathématique n'est pas à elle seule « toute la pensée », tu souhaites qu'on lui donne sa place, mais rien que sa place ?

I. – Exactement.

M. – Moi aussi j'en suis d'accord et je fais mienne la formule : « sa place, rien que sa place »...

P. – (S'adressant à I.) : Tu avais annoncé une deuxième réserve...

I. – Oui. Cette deuxième réserve est liée à la première. Si on veut donner à la pratique du raisonnement mathéma-

tique son maximum d'efficacité pour la formation générale, je crois qu'on doit conduire ce raisonnement en profondeur.

Je m'explique et fais pour cela appel à une image. L'édifice mathématique est à la fois très grand et très cohérent. Aussi les mathématiciens quand ils le font visiter à un profane ont-ils tendance à le parcourir au pas de charge. A mon sens il serait bien préférable de choisir un lieu et de s'y attarder. Pour montrer l'utilité et la beauté de la mathématique, pour saisir la spécificité de la démarche mathématique, pour faire amitié avec le grand corps de la mathématique, il n'est pas nécessaire, me semble-t-il, d'en connaître toutes les avenues et tous les détours. De même qu'on peut faire amitié avec quelqu'un sans le connaître à fond, de même, me semble-t-il, devrait-on pouvoir faire amitié avec la mathématique sans en embrasser la totalité...

P. – (S'adressant à M.) : Es-tu d'accord avec cette deuxième réserve ?

M. – Bien sûr ! Je crois que l'idéal serait, pour reprendre l'image de la visite de l'édifice mathématique, de faire alterner des visites rapides et superficielles qui permettraient au visiteur de prendre un aperçu sommaire de l'ensemble des disciplines rassemblées sous le même toit, et des plongées en profondeur, dans un domaine précis, qui permettraient de découvrir sur un exemple étudié à fond ce que la démarche mathématique a en propre.

P. – Vous voilà donc d'accord ! Donc, pour ce deuxième niveau de mathématique, c'est-à-dire le niveau correspondant aux élèves pré-adolescents et adolescents, deux voies sont possibles : une première voie orientée vers une sorte de « formation accélérée » donnant un bagage mathématique essentiellement pratique ; une seconde voie correspondant à un souci de formation générale. Dans ce cas, la mathématique serait cantonnée à sa juste place et elle serait traitée de façon approfondie sur quelques exemples, sans qu'on cherche à embrasser la totalité de ses disciplines constituantes...

(Se tournant vers I.) : Ceci dit, il nous faut bien revenir à la mathématique mathématicienne, à la mathématique pure comme l'a appelée M., la seule vraie mathématique, si j'ai bien compris ?

I. – Sur ce point, mes idées ont évolué au fur et à mesure que se déroulaient nos entretiens. J'ai été sensible aux idées développées par notre amie

mathématicienne. Il serait tout à fait absurde d'assigner à cette mathématique-là une sorte de voie royale. Non. Cette mathématique-là est en devenir, influencée de façon plus ou moins diffuse par l'époque, par le milieu ambiant. Elle n'est pas indifférente aux goûts et aux penchants de ceux qui la font. Il serait bien présomptueux de tenter de prévoir le cours qu'elle prendra, ici et là, demain et après-demain. Et s'il doit y avoir un tournant, peut-être n'apparaîtra-t-il comme tel, que dans trente ou quarante ans, quand, avec le recul du temps, deviendra visible pour l'historien ce qui, à nos yeux, reste invisible parce que trop proche de nous.

P. – (S'adressant à M.) : Et toi, es-tu d'accord avec ce qui vient d'être dit ?

M. – Je suis d'accord. Mais, au terme de ces entretiens, je ressens comme un malaise. Le malaise de celui qui n'a pas accompli la tâche fixée. Hier, au début de notre conversation, notre ami I. avait proposé que nous abordions les deux questions : Un : « Pourquoi des mathématiques pour l'Afrique » ? Deux : « Quelle mathématique pour l'Afrique » ? Or, je vois que nous sommes sur le point de nous séparer sans avoir clairement donné notre sentiment. Et c'est pourquoi je suis insatisfaite...

I. – Pas moi ! Certes, quand j'ai posé ces questions, je croyais – un peu naïvement – que nous pourrions leur apporter un début de réponse. Mais, très rapidement, j'ai compris que non seulement nous étions mal armés pour en parler, mais surtout qu'il s'agissait de « questions impossibles »... Comment dire ? De questions qu'on ne doit pas poser parce qu'on n'a pas qualité pour les poser... De questions à la fois trop précises et trop générales... Vraiment de très mauvaises questions...

P. – Alors nous avons perdu notre temps...

I. – Je ne le pense pas. Du moins en ce qui me concerne. Car j'ai l'impression de voir tout de même un peu plus clair dans un ensemble de préoccupations qui sommeillaient en moi et qui, enfin, ont pu émerger à travers notre discussion.

M. – Sous cet angle, je suis moi aussi satisfaite : j'ai été contente d'avoir à m'interroger sur le rôle que joue la mathématique dans la société actuelle et, donc, sur le rôle que les mathématiciens – moi-même – jouons dans la société. Et puis, en y réfléchissant, je reconnais que mon irritation de tout à l'heure, quand j'ai constaté que nous n'avions abouti à aucune

conclusion, est sans doute la manifestation d'un esprit trop simplificateur qui a tendance à penser que tout problème appelle solution, que toute question appelle réponse...

P. – Cette fois, c'est moi qui ne suis pas d'accord ! En tant qu'observateur de vos discussions j'ai eu le loisir de noter plusieurs points qui me semblent être des débuts de réponse ou des éléments de réponse aux questions posées.

M. – Peux-tu préciser ?

P. – Oui. A la question « pourquoi des mathématiques pour l'Afrique » ? Il me semble que vous avez répondu : un, parce qu'un bagage mathématique élémentaire est utile dans la vie de tous les jours ; deux, parce que la « mathématique pratique » est nécessaire pour un pays qui accède progressivement à la technicité mécanicienne ; trois, parce que le raisonnement mathématique, s'il est judicieusement introduit dans l'enseignement secondaire, et s'il ne vise pas trop tôt à un niveau d'abstraction élevé, peut concourir de façon spécifique à la formation générale de l'intelligence...

M. – J'ajouterai, si tu le permets, deux choses. La première, c'est que la mathématique s'apparente sous certains de ses aspects à un jeu ou à une activité philosophique. Elle fait donc partie de l'acquis culturel de l'humanité et il est tout à fait légitime que tous ceux qui veulent consentir l'effort d'y accéder puissent le faire. réciproquement, et c'est mon second point, je pense que les pays où la tradition orale est encore vivante, comme c'est le cas en Afrique, peuvent apporter quelque chose d'original à la mathématique...

I. – Ne rêves-tu pas d'une sorte de retour à une mathématique « emblématique » telle que tu nous as décrit la mathématique de l'ancienne Chine ?

M. – Peut-être, peut-être... ou autre chose !

P. – Quant à la seconde question « quelle mathématique pour l'Afrique » ?, vous avez fait à son propos des suggestions, tout au moins pour ce qui concerne la « mathématique de formation générale » où vous avez tous deux préconisé l'étude approfondie de petits secteurs de la mathématique plutôt qu'un enseignement encyclopédique et superficiel. Le bilan n'est donc pas aussi négatif que vous l'avez admis, et nous pouvons nous séparer sans trop avoir « mauvaise conscience ».

« On naît mathématicien, on ne le devient pas. »

H. Poincaré – La valeur de la Science.

« ...En devenant rigoureuse, la Science mathématique prend un caractère artificiel qui frappera tout le monde; elle oublie ses origines historiques, on voit comment les questions peuvent se résoudre, on ne voit plus comment et pourquoi elles se posent. »

H. Poincaré – La valeur de la Science.



*La Mathématique universelle
est, pour ainsi dire, la logique
de l'imagination.*

Leibniz.

*Les mathématiques sont une
science où on ne sait jamais de
quoi on parle ni si ce qu'on dit
est vrai.*

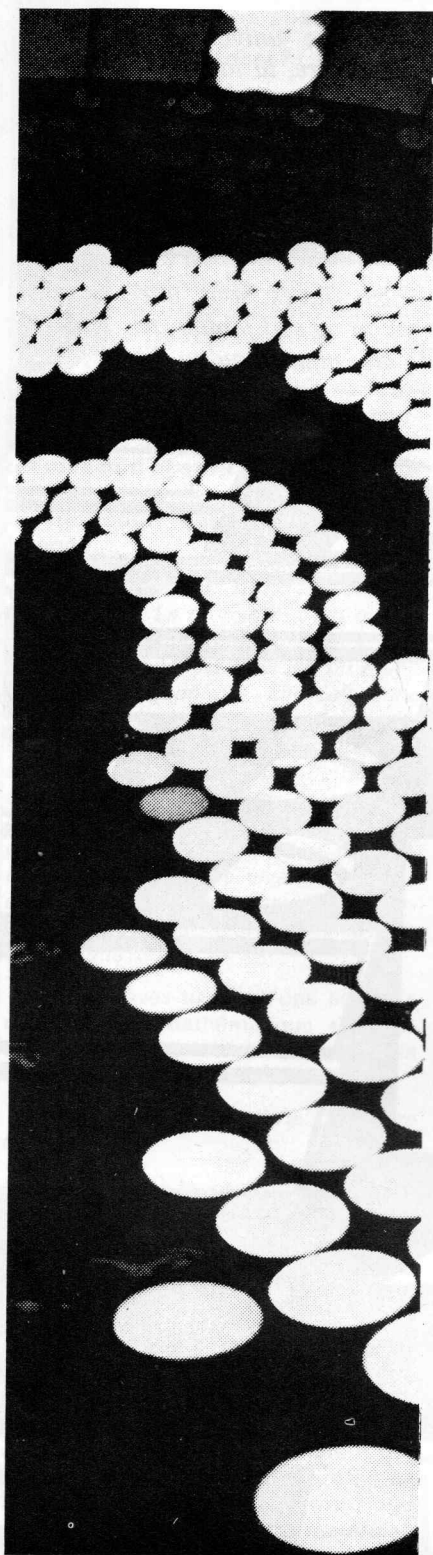
Bertrand Russel.

*le règne
de l'évidence
est aboli*

*Le véritable esprit de joie,
d'exaltation, le sentiment d'être
plus qu'un homme, qui sont la
pierre de touche de l'excellence
la plus haute, se trouvent dans
les mathématiques comme dans
la poésie.*

Bertrand Russel.

quelle pédagogie ma



C'est à nouveau sur une interrogation que se poursuit le présent dossier.

La connaissance mathématique et le savoir-faire mathématique ne sauraient s'acquérir spontanément. Ils doivent être appris et, donc, ils doivent être enseignés.

Ils doivent être enseignés ? Comment ?

L'équipe qui a pris en charge ce dossier n'est pas qualifiée pour répondre de façon péremptoire. Aucune équipe, nous semble-t-il, n'est d'ailleurs qualifiée pour le faire.

La réponse devra être beaucoup plus collective. Elle sera trouvée dans la pluralité des initiatives que prendront, sur le « terrain » même de l'enseignement, les enseignants concernés. Elle ne surgira pas toute armée du cerveau de quelques « docteurs ». Elle mûrira lentement par un processus où les essais n'iront pas sans erreurs. Il y faudra grande patience...

Mais alors, pourquoi, dans ce dossier un chapitre sur la pédagogie ?

Parce que dès maintenant certaines réflexions peuvent être versées dans le débat, certaines mises en garde semblent pouvoir être formulées, certaines expériences novatrices méritent, nous semble-t-il, d'être relatées car elles paraissent de nature à pouvoir être transplantées en milieu africain.

• Concernant les « mises en garde », nous serons très brefs.

A notre avis il s'agit avant toute chose d'éviter que les méthodes pédagogiques que l'on mettra en œuvre dans les classes secrètent l'ennui comme c'est si souvent le cas dans les classes d'Europe et d'Amérique. La mathématique ne se déploiera en milieu africain de façon saine que si elle le fait dans la joie, ou, tout au moins, dans le plaisir d'apprendre.

Parallèlement – les deux choses sont étroitement liées – il faudra se garder d'introduire prématurément l'abstraction et se garder de la pousser trop loin. Autrement dit, il faudra essayer de trouver des méthodes pédagogiques aptes à présenter de façon relativement concrète une construction intellectuelle qui est abstraite par excellence.

Est-ce proposer là une véritable quadrature du cercle ? Peut-être ! Mais encore faut-il tenter quelque chose avant de renoncer.

• Concernant les « expériences novatrices » dont nous avons parlé plus haut, nous en dirons davantage car ces expériences peuvent constituer d'intéressants points de départ pour des explorations plus approfondies.

Nous présenterons en premier lieu l'exemple d'une séance qui s'est déroulée dans le style « recherche-découverte » en Angleterre, avec de très jeunes enfants.

Puis viendra un exemple se proposant d'illustrer la pédagogie dite du « centre d'intérêt » mise en honneur voici plusieurs décennies par le docteur belge Ovide Decroly, telle qu'elle est pratiquée de façon systématique en France, près de Paris, dans certaines classes de l'École Decroly de Saint-Mandé. Dans l'exemple présenté, le « centre d'intérêt » retenu n'est autre que le corps humain, et les élèves concernés se situent dans la tranche d'âge 9-11 ans (enfants proches de l'adolescence).

Nous invitons ensuite le lecteur à passer à un autre pays, l'Italie, et à des enfants un peu plus âgés, pour prendre connaissance des méthodes originales pratiquées par la « professoressa » Emma Castelnuovo dans une école moyenne (« Scuola media ») de Rome. Il s'agit de la réalisation et de la présentation par des enfants, aidés de leur professeur et d'étudiants volontaires, d'une exposition de mathématique qui, en fin d'année, est présentée aux adultes, parents et personnes du voisinage. C'est là, nous semble-t-il, un bel exemple d'enseignement s'organisant autour d'un projet collectif et impliquant personnellement chaque enfant.

Ce recours à la « pédagogie de l'exposition » a été également pratiqué en France par l'équipe à laquelle travaille le signataire de la présente introduction (équipe « Activités Recherches pédagogiques ») et nous en dirons également quelques mots.

Enfin nous clôturerons ce trop bref dossier par la relation d'une expérience toute récente que nous avons tentée avec des adultes, expérience qui semble pouvoir être collective abandonnant pour un temps l'écrit et le dessin au bénéfice de la voix et du corps.

Jean Sauvy.

thématique pour l'Afrique ?

La recherche de la notion de longueur avec l'aide d'une « planchette à clous » (enfants de 6-7 ans)

Exemple n° 1

Les séances dont il est rendu compte ci-dessous se sont déroulées dans une classe d'une école anglaise.

Six enfants, dont les âges s'échelonnaient de 6 à 7 ans, y ont participé sous la conduite d'un professeur, Ken Saunders.

Le matériel utilisé était très simple : des élastiques de couleur et des planchettes à clous comportant chacune cinq rangées de cinq clous disposés aux vingt-cinq nœuds d'un quadrillage régulier à mailles carrées.

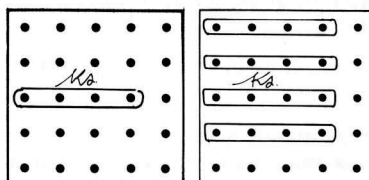
Les propos des enfants et de l'adulte ont été enregistrés au magnétophone et reproduits dans le n° 8 (janvier 1977) de la revue « *Recognitions* » publiée par l'Association of teachers of mathematics (Angleterre), revue malheureusement disparue.

On dispose ainsi d'un « matériau brut » particulièrement intéressant car il permet de voir comment certaines idées géométriques émergent à travers les activités des enfants, comment se développent leurs réflexions devant les problèmes posés, quelles aides mutuelles ils s'apportent à travers leurs discussions, comment peut se concrétiser avec un petit groupe d'enfants une « pédagogie de recherche et découverte ».

Nous donnons tout d'abord la traduction en français, aussi fidèle que possible, du texte de Ken Saunders. Nous présentons ensuite quelques réflexions, qui portent notamment sur le concept d'abstraction.

Recherches et discussions des élèves

Je (c'est Ken Saunders qui parle) travaille avec Sarah, Claire, Gena, Julian, Peter et Jonathan. Un **geoboard** (planchette à clous) de 5 x 5 est placé devant le groupe.



Je dispose un élastique comme indiqué et je demande : « Quelqu'un peut-il placer un élastique qui ait la même longueur que celui-ci ? »

Chœur de « oui », « c'est facile » et, rapidement, plusieurs élastiques sont placés sur la planchette comme indiqué sur la figure.

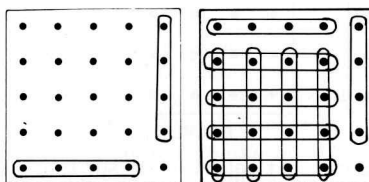


FIGURE 1

Ensuite Geoffreys en place une; et également Julian.

D'autres élastiques sont placés et bientôt on entend des commentaires tels que : « c'est une fenêtre », « c'est une prison ».

Je voulais savoir comment les enfants compareraient les longueurs sur la planchette à clous... Comment allaient-ils interpréter la notion de longueur ? Comment mesureraient-ils, étant donné que je leur interdisais de toucher la planchette ?

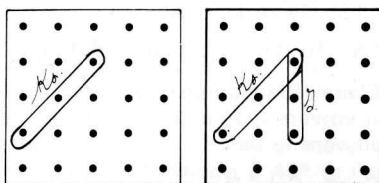


FIGURE 2

Nous recommençons, et cette fois je dispose un élastique comme indiqué et j'invite les enfants à placer un élastique de la même longueur.

Jonathan place un élastique.

KS : Est-ce la même longueur ?

Jon : Oui, il va sur trois clous.

Peter : il paraît plus court.

Jonathan réfléchit, il étire son élastique d'un demi-intervalle, le maintien du doigt à cette place et dit :

Jon : c'est à peu près là (x).

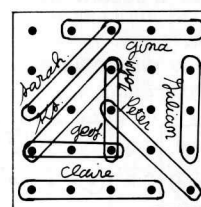


FIGURE 3

Ensuite, chacun place son élastique.

KS : Tous les élastiques ont-ils la même longueur ?

Peter place un doigt sur mon élastique et un sur celui de Julian et dit :

Peter : Celui-là a fait de plus grands pas (« has got bigger gaps ») que celui-ci (1).

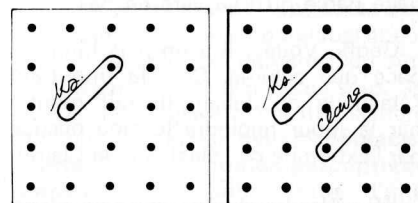


FIGURE 4

Le jour suivant, je donne à nouveau une planchette à clous aux enfants. Je place un élastique comme indiqué.

Claire : Est-ce que nous devons placer un élastique de cette longueur ?

Peter : Qui ne peut pas ?

KS : Quelqu'un peut-il ?

Plusieurs en chœur : oui, oui !

KS : Attendez une minute. Claire d'abord, puis... des cris : après moi, après moi... je suis second...

(1) On notera ici que l'explication donnée par Peter fait référence à une activité en œuvre dans la vie quotidienne : « faire des pas ».

Claire met son élastique.

KS : quelqu'un n'est-il pas d'accord ?

Chœur : non, non.

KS : Bien, Peter, peux-tu en placer un ?

Peter : C'est facile, c'est facile.

Julian : C'est à moi ?

KS : Gena, veux-tu placer le tien ?

Julian : Je n'en ai pas encore mis.

Jon : Je placerai le mien à la fin.

KS : Bien Sarah, veux-tu en placer un ?

Et ainsi chacun place son élastique. Et demande si tout le monde est d'accord.

Claire (montrant l'élastique de Julian) : Je ne suis pas d'accord avec celui-là.

KS : Que Claire nous dise pourquoi elle n'est pas d'accord.

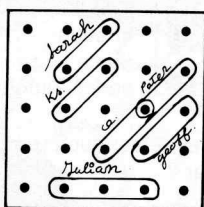


FIGURE 5

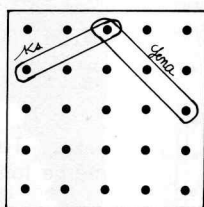


FIGURE 6

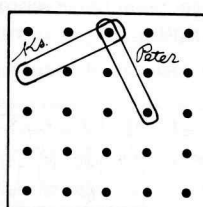


FIGURE 7

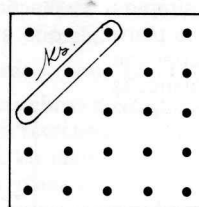


FIGURE 8

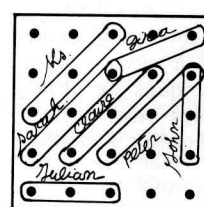


FIGURE 9

Claire : Eh bien... on peut dire qu'il est plus court parce qu'il n'a pas autant de place (« so much space »)... celui-là (montrant le mien) a un plus long espace parce qu'il va vers en bas.

Geoff : Voué... il a un plus long espace que celui-là. Celui-là (montrant l'élastique de Julian) devrait monter par là (pour rejoindre le clou occupé par l'extrémité de l'élastique de Claire).

KS : Ne le change pas de place, laisse-le encore un peu où il est. Que pouvons-nous dire ?

Sarah : Eh bien ! que celui-là est plus long et que celui-là est plus court, parce que si vous les enlevez vous pouvez les mesurer.

Elle est interrompue par des cris « non ».

Geoff : Comment peux-tu mesurer des fils élastiques, ils auront une différence... (...).

A nouveau, j'enlève tout et je recommence, plaçant un élastique comme indiqué (fig. 6).

Gena place un élastique.

Cris : Trop long... trop long... beaucoup trop long !

KS : Écoutons Sarah un moment... vous étiez en train de mesurer avec vos doigts. Mais si je dis que vous ne devez pas mesurer avec vos doigts... tout ce que vous pouvez faire c'est de regarder ; alors comment savez-vous que ce n'est pas la même longueur ?

Geoff : Parce que l'élastique ne va pas de ce clou à ce clou ; il va sur trois carrés.

KS : Tu veux dire qu'il traverse trois carrés ?

Peter : Oué, et celui-là. Il traverse un, deux, trois.

Je demande si quelqu'un peut placer un élastique de la même longueur que le mien mais n'allant pas dans la même direction.

Peter : Je peux le savoir comme ça... et celui-là parce que celui-là est presque aussi mince que celui-là... après vous remettez celui-là et alors celui-là est aussi mince que celui-là.

Peter (montrant l'élastique de Gena) : Celui-là il ne prend que deux clous, tous les autres trois.

KS : Oui, mais regarde, Geoff vient de dire que celui-là va sur trois clous et cet autre aussi sur trois clous, mais que l'un est plus court. Alors on ne peut pas dire d'après le nombre de clous, non ?

Sarah (comptant les carrés traversés mais se trompant) : On peut dire... un, deux... ça fera quatre. Il traverse quatre... et cet autre élastique il va sur un, deux, trois.

KS : Pourquoi comptes-tu celui-là (de carré) pour deux ?

Sarah (recomptant) : Un, deux, trois.

KS (montrant son élastique et celui de Julian) : Celui-là il va sur trois et cet autre sur trois : est-ce que celui-là est aussi long que l'autre.

Plusieurs voix : non !

Sarah : Et celui-là il va sur trois carrés et l'autre il va sur trois carrés.

Geoff : Voué, hé bien ! celui-là est là... et celui-là deux vers le bas et en travers aussi.

Un peu plus tard je dégage la planchette et y place un seul élastique, comme indiqué. J'explique que je vais faire circuler la planchette parmi les enfants. Chacun devra mettre un élastique de même longueur, mais personne n'aura le droit de parler (fig. 8).

Les élastiques sont placés comme indiqué (fig. 9).

KS : Bien ! maintenant nous allons pouvoir dire ce que nous pensons.

Claire : Je ne suis pas d'accord avec celui-là (celui de Jonathan).

KS : Tu dois dire pourquoi, Claire.

Claire : Bien, parce que, hum... celui-là il va vers le bas et l'autre il va tout droit vers le bas.

Geoff : Celui-là il traverse trois clous, l'autre aussi mais il n'y a pas un clou là qui soit juste comme l'autre.

(Il a remarqué que deux élastiques de différentes longueurs « traversent » le même nombre de clous.)

Julian : Je vais changer mon élastique.

Jonathan : Moi aussi.

II

Quelques réflexions

Nous avons ici un bel exemple de la pédagogie « recherche et découverte » qu'on peut pratiquer avec de petits groupes d'enfants.

La technique de l'enregistrement au magnétophone des discussions qui accompagnent la recherche permet de saisir la « pensée en acte » des enfants dans sa richesse et sa spontanéité et nous donne des indications sur la façon dont ils acquièrent les **concepts de base**.

L'utilisation de la planchette à clous comme support du « raisonnement concret » (au sens piagétien du terme) se rapproche de l'utilisation d'un quadrillage matérialisé sur le sol par des marques appropriées telle qu'on la pratique dans la « géométrie de la tortue ».

A travers les réactions des enfants rapportées dans le document sous revue on peut déceler un certain nombre

d'indications montrant que les enfants, dès l'âge de 6-7 ans, sont en possession de **rudiments non négligeables de connaissances géométriques euclidiennes**.

Alors que, dans beaucoup d'expériences, notamment celles pratiquées par Piaget et ses continuateurs, ces connaissances géométriques n'affleurent guère, avec la planchette à clous, l'enfant dispose d'un cadre de référence privilégié et se trouve alors en mesure d'aller aussi loin que la maturation de sa jeune intelligence le permet.

La planchette à clous matérialise une structure visible qui, en matière géométrique, peut être qualifiée (en empruntant le vocabulaire des psychologues de la Gestalt-théorie) de « bonne forme géométrique ».

D'une part en effet les clous (qui attirent le regard comme ils retiennent les élastiques) sont **alignés**, d'autre part ils sont **équidistants**. La répétition d'intervalles spatiaux égaux semble permettre la perception par l'enfant d'une **régularité spatiale** de base dans laquelle s'enracine le concept de « même quelque chose » (dans notre langage d'adulte nous disons « même distance », « même intervalle », « même longueur », « même carré », etc.).

La mobilité du regard, sa façon de mener quasi simultanément des visées de détail (l'intervalle entre deux clous par exemple) et des visées plus larges (embrassant plusieurs rangées de clous), la petitesse relative de la planchette à clous qui rassemble beaucoup d'information spatiale sous une faible espace, permettent d'entrevoir pourquoi l'association « exploration visuelle/planchette » conduit à d'aussi bonnes performances.

Nous sommes en effet en présence de performances remarquables sur la route conjointe de l'abstraction et de la conceptualisation, comme je le montrerai dans un instant.

Bien plus, nous constatons l'apparition de progrès, d'acquisitions dans le cours-même de l'exploration-recherche.

a) Abstraction-conceptualisation.

Dès les premiers pas, trois enfants répondent au problème qui leur est posé en installant des élastiques dont les emplacements se déduisent tous de l'emplacement modèle (que matérialise l'élastique de KS) par une **translation** dans le sens perpendiculaire à la direction de l'élastique-modèle (fig. 1 b). Le réseau à mailles carrées des clous s'y prête puisqu'il permet une sorte de

contrôle visuel de la quasi-congruence des extrémités des élastiques (celle de l'enfant/celle de KS). Mais l'enfant qui opère ainsi ne peut dire « c'est la même longueur » que parce qu'il néglige (« il fait abstraction ») le fait que les élastiques n'occupent pas la même place et donc ne coïncident pas vraiment.

Quelques instants plus tard nous voyons deux enfants (Geoffreys et Julian) qui placent leur élastique dans la direction perpendiculaire au modèle (fig. 1 c, 1 d). Cette solution s'écarte perceptivement davantage du modèle que lorsqu'il y avait simple translation. Nous voyons là le concept de longueur se détacher un peu plus de son support concret puisque il **affirme son indépendance par rapport à la direction**. Mais là encore ce « saut épistémologique » de grande envergure est sans doute rendu possible par la bonne forme géométrique du réseau à mailles carrées qui se « lit » aussi bien dans une direction que dans la direction perpendiculaire.

Cette interprétation semble confirmée par ce qui se passe tout de suite après, quand KS place l'élastique-modèle en diagonale à 45° « sur trois clous » (fig. 2a).

Jonathan reste attaché aux directions majeures (les côtés des carrés) et place son élastique suivant une de ces directions (fig. 2b). Il croit avoir répondu correctement parce qu'il fait lui aussi enjambrer trois clous à son élastique.

Toutefois cette solution crée un conflit perception/raisonnement qu'exprime Peter quand il dit « Il paraît plus court ». Jonathan en tombe d'accord et étire un peu son élastique. Autrement dit il arbitre le conflit en négligeant la référence « trois clous » et en donnant la primauté à la perception. Cependant, comme il lui manque l'assise spatiale du réseau de clous, il prend soin d'ajouter « c'est à peu près là », (manifestant par cette phrase qu'il a en sa possession la **notion d'approximation**).

Jonathan n'est pas seul à faire l'erreur : trois autres enfants, (Gina, Julian, Claire) en font aussi parce que chacun d'eux semble ne pas pouvoir se détacher des directions majeures (fig. 3). Par contre Sarah et Peter réussissent : l'un et l'autre reconstituent à un autre emplacement de la planchette les deux données pertinentes de la configuration-modèle en matière de longueur : l'**inclinaison à 45°** et l'**enjambement de trois clous**. La solution trouvée par Sarah paraît la plus immédiate (simple translation), par contre celle de Peter demande déjà un niveau remarquable d'abstraction (fig. 3 ou 4).

b) Progrès.

Dès la séance du lendemain, nous avons l'impression d'un progrès puisque la plupart des enfants sont capables de reproduire à un autre emplacement du quadrillage la configuration-modèle à 45° sur deux clous (fig. 5).

Claire signale l'erreur de Julian (toujours fidèle aux directions majeures) et explique tant bien que mal pourquoi : parce que l'inclinaison n'est pas respectée. Geoff, entendant cette explication, « pige » tout d'un coup et indique comment on pourrait corriger l'erreur.

Au cours de cet échange de paroles entre les enfants, un début d'éclaircissement se fait autour de la constatation que la diagonale du carré de base est plus longue que les côtés.

Par la suite, quand l'élastique-modèle est placé en diagonale à 45° sur trois clous, la discussion reprend et, au terme des explications données par certains des enfants, les deux « réfractaires » Julian et Jonathan (fig. 9), semblent finalement en mesure de voir le rôle joué par l'inclinaison : ils disent qu'« ils vont changer » leur élastique.

En résumé, je retiens les trois points suivants :

a - Le réseau à mailles carrées facilite la **géométrisation de l'espace** et permet l'**émergence de notions euclidiennes** qui, chez des enfants de 6-7 ans, sont encore mal assurées.

b - La longueur s'apprécie visuellement par un processus (sans doute très complexe) qui semble être global et qui fait intervenir (implicitement bien sûr) les propriétés d'invariance sous le groupe des déplacements (translation, rotation), à condition que ces **déplacements** (2) soient **guidés perceptivement** par une grille dotée d'une « bonne forme géométrique » (« motifs » carrés répétitifs se déployant suivant deux axes rectangulaires).

c - La démarche pédagogique du type **recherche-découverte** conduite avec des groupes restreints par un enseignant qui intervient relativement peu, laissant les enfants tâtonner, s'exprimer, s'auto-corriger et s'instruire mutuellement, apparaît comme riche de possibilités quand on se propose d'aider les enfants âgés de 6-7 ans (et sans doute 8-9) à tirer parti des connaissances embryonnaires de géométrie euclidienne qu'ils ont dans leur bagage et faire des progrès décisifs sur la voie de l'acquisition des notions de longueur et de distance.

(2) Virtuels, imaginés.

Le corps comme « centre d'intérêt » : une occasion de mesurer et de réfléchir sur la notion de mesure avec des enfants de 10-11 ans.

Exemple n° 2

Les séances dont il est rendu compte dans le présent document se sont déroulées en mai 1977 dans la classe dite de 7-8^e de l'École Decroly de Saint-Mandé (France), école annexe expérimentale de l'École normale d'instituteurs de Paris. Cette classe accueille par demi-groupe des élèves de 9/10 ans qui n'ont pas fait leur scolarité antérieure à l'école Decroly et qui passent deux années consécutives dans cette sorte de « classe d'adaptation ».

Le bref compte rendu qu'on lira ci-dessous a été établi par l'institutrice qui a la charge de cette classe (difficile) depuis de nombreuses années, Gisèle Dronne.

J'ai proposé aux élèves le **thème des mesures du corps humain** dès qu'une occasion s'est présentée : un litige mineur entre deux enfants dans lequel des questions de dimensions étaient en jeu.

Les enfants ont très bien accueilli l'idée de se mesurer les uns les autres et de comparer les résultats. Après avoir mesuré les **tailles**, nous sommes passés tout naturellement aux **envergures**, c'est-à-dire à la distance qui sépare les extrémités des deux mains quand les bras sont à l'horizontale.

J'ai remarqué à cette occasion que différents enfants n'avaient pas une bonne perception de leur position, tant en se plaçant sous la toise qu'en tendant les bras à l'horizontale.

Les enfants s'étaient regroupés deux par deux et, à tour de rôle, chacun d'eux mesurait son partenaire. Au fur et à mesure, les résultats étaient inscrits sur un grand panneau mural. Bien sûr il y avait des contestations et, parfois, des appels à l'adulte pour contrôle !

Après la taille et l'envergure, les élèves sont passés à trois autres dimensions : celle de leur **tête** mesurée du menton au sommet du crâne, celle de leur **main**, les doigts étant écartés au maximum (mesure appelée l'**empan** et que les enfants utilisent parfois spontanément dans certains jeux de billes pour décider entre deux distances celle qui est la plus petite), celle de leur **pied**, mesurée du talon au gros orteil.

N° d'ordre	Sexe	Age (an)	Taille (Ta)	Envergure (En)	Tête (Te)	Empan (Em)	Pied (Pi)	R1 100 x $\frac{Ta}{En}$	R3 100 x $\frac{Pi}{Em}$	R4 $\frac{Ta}{Te}$	
1	F	11/12	151	149	21	17,5	21	101,3	120	7,2	
2	G	11/12	151	151	20	16,7	23	100,0	137,7	7,6	
MOYENNE		11/12	151	150	20,5	17,1	22	100,7	128,7	7,4	
3	F	10/11	137	137	20	16,5	20,5	100,0	124,2	6,85	
4	F	10/11	143,5	145	18,5	18,5	21	99,0	113,5	7,75	
5	F	10/11	141,5	138	20	17	21,5	102,5	126,5	7,1	
6	F	10/11	147	147,5	19,5	16,5	23,5	99,7	142,4	7,5	
7	F	10/11	136,5	136,5	18,5	18	21	100,0	116,7	7,4	
MOYENNE F		F	10/11	141,1	140,8	19,3	17,3	21,5	100,2	124,3	7,3
8	G	10/11	150	149	19	19	23	100,7	121,1	7,9	
9	G	10/11	129	127	19,5	16,5	22	101,6	133,3	6,6	
10	G	10/11	147	146	20	19	24	100,7	126,3	7,35	
11	G	10/11	145	145	22	17	24,5	100,0	144,1	6,6	
12	G	10/11	128	123	20	17	17	104,1	100,0	6,4	
13	G	10/11	127	123	18	13,5	19	103,2	140,7	7,1	
MOYENNE G		G	10/11	137,7	135,5	19,7	17,0	21,6	101,6	127,0	7,0
14	F	9/10	153	155	19,5	20,5	23,5	98,7	114,6	7,8	
15	F	9/10	130	128	16	16,5	20,6	101,6	124,8	8,1	
16	F	9/10	127	125	16,5	15,5	19	101,6	122,6	7,7	
17	F	9/10	135	131	17	16,5	21	103,1	127,3	7,9	
18	F	9/10	140	139	20,5	17	20,5	100,7	120,6	6,8	
MOYENNE F		F	9/10	137	135,6	17,9	17,2	20,9	101,0	121,5	7,65
19	G	9/10	133	134,5	18	16,5	20,5	98,9	124,2	7,4	
20	G	9/10	140	140	19	19,4	23	100,0	118,6	7,4	
21	G	9/10	138	137,5	19,5	16,5	21	100,4	127,3	7,1	
22	G	9/10	139	137	18	16,5	20	101,4	121,2	7,7	
23	G	9/10	133,5	134	18	18	21	99,6	116,7	7,4	
24	G	9/10	141	139	22	16	22	101,4	137,5	6,4	
25	G	9/10	135	134	18,5	18,5	22	100,7	118,9	7,3	
MOYENNE G		G	9/10	137,1	136,6	19,0	17,3	21,3	100,4	123,1	7,2
MOYENNE TOTALE FILLES		F	9/12	140,1	139,2	18,8	17,3	21,2	100,6	122,5	7,45
MOYENNE TOTALE GARÇONS		G	9/12	138,3	137,1	19,4	17,15	21,6	100,8	125,9	7,1
MOYENNE GÉNÉRALE		FG	9/12	139,1	138,0	19,1	17,2	21,4	100,7	124,4	7,3

CARACTÉRISTIQUES ANTHROPOMÉTRIQUES D'ENFANTS AGÉS DE 10-12 ANS (11 filles, 14 garçons)

Le tableau des résultats concernant 11 filles et 14 garçons est présenté ci-contre, ainsi que la moyenne pour les filles, pour les garçons et pour l'ensemble de la classe.

La lecture de ce tableau permet de remarquer qu'en règle générale l'envergure est très voisine de la taille. Autrement dit, quand un enfant connaît sa taille, il connaît par là-même, à quelques centimètres près, son envergure ; cette **découverte expérimentale** ne va pas sans les frapper.

J'en ai profité pour faire remarquer que, dans la hauteur totale d'un enfant d'une dizaine d'années, « entraînent » environ sept têtes superposées, que c'était également le cas pour les adultes et qu'on se servait de cette remarque quand on dessinait des personnages...

A partir de ce travail préliminaire, d'autres **activités de mesure** se sont développées, tant dans la classe que dans la cour/jardin.

Les enfants ont mesuré des arbres en les entourant de leur bras (c'est-à-dire en faisant appel à l'envergure), ou en reportant bout à bout, en passant du pouce à l'index, autant d'empans que nécessaires. Ils ont ainsi pris conscience de la relativité du chiffre exprimant la mesure et de la nécessité de

préciser l'unité utilisée. Même exercice pour des objets : tables, armoires, portes, etc.

Nous avons également joué au jeu des évaluations : tel objet, dans sa plus grande longueur, mesure-t-il plus ou moins de x centimètres.

Puis nous sommes passés tout naturellement à des évaluations de distance sur des **plans et cartes** à diverses échelles.

Un autre jour j'ai proposé aux enfants que chacun dessine sa main puis sa silhouette à l'**échelle 1/10^e** (réflexions de plusieurs enfants : « que c'est petit ! »).

Naturellement les enfants ont calculé individuellement ou en équipe les **moyennes** qui figurent dans le tableau joint.

Les enfants ont manifesté de l'intérêt pour toute cette série d'activités.

Je crois qu'en dehors des occasions d'apprentissage scolaire qu'elles ont créées, elles ont aidé les enfants à mieux situer les dimensions de leur corps par rapport à celles de leurs camarades de classe et, par là-même, à s'intéresser aux autres en même temps qu'à eux-mêmes.

Gisèle Dronne

**Des enfants de 11 à 14 ans
préparent et présentent une
« exposition mathématique ».**

Exemple n° 3

Avec le présent compte rendu nous nous rendons en Italie, plus exactement à Rome, dans une école moyenne (Scuola Media) où enseigne la Professoressa Emma Castelnuovo, fille du célèbre mathématicien italien du début du siècle, Guido Castelnuovo. Emma a la charge des élèves de trois classes consécutives, les 1^{re}, 2^e et 3^e années de l'école moyenne (qui correspondent sensiblement aux classes de 6^e, 5^e et 4^e des collèges français). Et, comme son autorité et sa compétence sont grandes, elle peut introduire certaines innovations dans son secteur.

Quelques citations d'élèves :

* *J'ai ressenti quelque chose de nouveau (au cours de l'exposition), j'ai ressenti ma vie qui, depuis mes lèvres, sortait et se communiquait à autrui.*

Maria Vittoria (2^e année)

* *« Le mérite de cette exposition est de nous avoir mis en situation de responsabilité et d'avoir donné des tâches à tous et pas seulement aux plus « gueulards » (« bravoni »).*

Guiseppe (2^e année)

* *« La géométrie représente un anneau où se conjuguent la réflexion et la réalité. Elle est une source inépuisable de découvertes. »*

Andrea (3^e année)

L'une de ses innovations est de taille puisqu'il ne s'agit de rien moins que de centrer une part importante de l'activité mathématique des trois classes concernées, pendant une bonne partie de l'année, sur la préparation d'une exposition mathématique et, donc, de faire de cette préparation un véritable « outil pédagogique ».

On trouvera ci-dessous une relation de la première de ces expériences – elle a été renouvelée depuis lors – qui remonte à l'année scolaire 1970-1971 (1).

**Un projet qui prend peu à peu
de l'ampleur.**

Le projet est né d'une pratique courante dans les écoles élémentaires : organiser une exposition en fin d'année scolaire à l'intention des parents et amis.

Il a pris de la consistance et s'est infléchi à l'occasion de séances extra-curriculum qui se sont déroulées à partir du 19 novembre 1970, l'après-midi, dans les locaux de l'école, sur une base facultative.

Ces séances étaient ouvertes à l'ensemble des trois classes. Les élèves pouvaient choisir entre divers types d'activité qui se déroulaient avec l'aide du professeur et de quatre étudiants de mathématiques de l'Université de Rome, en stage à l'école.

Parmi les thèmes retenus figuraient, entre autres, l'étude des rotations d'un polygone régulier, le calcul barycentrique, les sections coniques...

Chaque fois que possible, il était fait appel à un matériel didactique approprié ou à des dispositifs spécialement agencés pour les besoins du thème étudié et réalisés pour la plupart sur place, avec l'aide des étudiants participants.

Ces séances connurent très vite un grand succès auprès des élèves. Dans son récit, Emma Castelnuovo évoque avec émotion l'atmosphère qui y régnait, vivante, souvent gaie, toujours sérieuse. Les vieux locaux de l'école Tasso en semblaient tout rajeunis !

A l'appui de cette appréciation, l'auteur cite une réflexion de Vittorio, élève de troisième année (14 ans), sujet brillant, disant : « Il faut que je trouve un moyen pour me faire coller à l'examen,

comme ça je pourrai redoubler, c'est trop beau ce que nous faisons ».

L'auteur fait également état de la transformation que ses étudiants et elle-même ont pu constater chez les élèves, en quelques mois. Comme l'écrit d'ailleurs l'un d'eux : « Sous l'effet de la mathématique, j'ai cessé d'être un enfant pour devenir un homme ».

E. Castelnuovo souligne fortement ce point. Oui, la mathématique, quand elle est enseignée de cette façon-là, peut aider l'enfant à construire sa personnalité, à bâtir son autonomie. Elle écrit :

« Je dois préciser que les élèves des trois classes avaient toute liberté pour choisir leurs cours l'après-midi. Je considère que cette liberté de choix est extrêmement formatrice pour la responsabilité : les enfants, dans les dernières années de l'école moyenne, doivent tendre vers une « spécialisation » qui les conduira à approfondir les sujets qui les intéressent le plus ».

**Un moment inoubliable :
la présentation de l'exposition.**

Tandis qu'ils participaient aux séances évoquées plus haut, les élèves savaient qu'ils étaient en train de mettre sur pied une exposition qui, en fin d'année, serait présentée aux adultes avec leur active participation. Cette perspective était un motif supplémentaire d'intérêt et elle a certainement contribué à assurer la remarquable continuité de l'effort des enfants.

La présentation de l'exposition a duré trois jours, les 5, 6 et 7 mai 1971, dans les locaux de l'école.

On y trouvait une longue série de stands spécialisés tenus par les élèves qui se relayaient dans leur rôle de présentateur-commentateur. Ils avaient la tâche de recevoir les visiteurs, de leur expliquer la teneur et la finalité mathématiques du sujet traité, de présenter le matériel illustratif – panneaux explicatifs, objets à manipuler, machines... –, de répondre aux questions posées.

Comme beaucoup de visiteurs étaient des enseignants – mais pas forcément des mathématiciens ! – la situation pédagogique « normale » adulte/enfant se trouvait, pour quelques jours, inversée comme lors de ces kermesses d'autrefois où les maîtres devenaient valets et les valets devenaient maîtres.

(1) Pour établir cette relation nous nous sommes essentiellement référés à l'ouvrage d'Emma Castelnuovo intitulé « Documenti di un'esposizione di matematica » (Documents sur une exposition de mathématique) sous-titré : Da bambini a uomini, ce que l'on peut traduire par : « Des enfants qui deviendront des hommes ». Nous avons d'autre part eu le plaisir d'assister à l'une des expositions ultérieures organisée à Rome et d'avoir de nombreux entretiens avec « la Professoressa ». Qu'elle en soit chaleureusement remerciée ici.

C'était sinon « l'école à l'envers » – pour reprendre l'expression trouvée par une pré-adolescente, Francesca, (« La scuola a l'incontrario »), du moins, pour les élèves, une passionnante expérience des difficultés et des joies de l'activité enseignante et, pour les adultes, un sujet de méditation sur les capacités inépuisables des élèves quand ils prennent plaisir à s'instruire et à instruire.

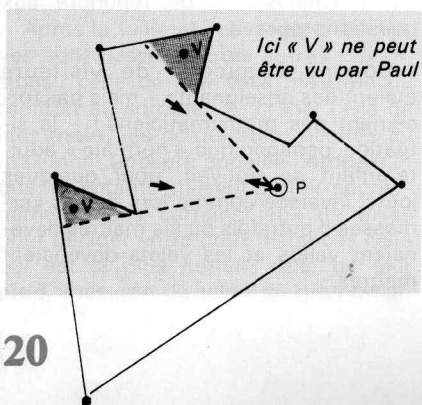
Les stands, dont certains se complétaient en longues séquences, étaient au nombre d'une douzaine et présentant dans leur ensemble un panorama assez complet des diverses branches où l'activité mathématique trouve sa place.

Parmi les thèmes abordés, citons :

- | | |
|----------------------------------|------------------------------|
| • surfaces et périmètres ; | • probabilités ; |
| • superficies et volumes ; | • isométries ; |
| • théorème de Pythagore ; | • structure de groupe ; |
| • nombres et points (l'infini) ; | • géométrie analytique ; |
| • logique des propositions ; | • calcul linéaire ; |
| • coniques et quadriques ; | • transformation affine ; |
| | • barycentre (calorimétrie). |

Outre les appareils et dispositifs évoqués plus haut, on trouvait sur les stands des tableaux explicatifs et illustratifs, des rappels historiques, des reproductions d'œuvres d'art qui mettaient en évidence les divers prolongements possibles de l'activité mathématique : en direction de l'**utile** et en direction du **beau**.

Quand on lit la relation d'Emma Castelnovo, quand on prend connaissance des appréciations que les élèves ont mises par écrit à l'issue de l'exposition (certaines sont reproduites dans le livre), quand on a eu soi-même le privilège d'aller de stand en stand et de se couler dans le grand et chaleureux courant pédagogique qui les reliait, on ne peut manquer de voir à quel point la mathématique devient vivante et fascinante quand elle est soudée au concret et quand elle est vivifiée par l'enthousiasme de jeunes adeptes en train d'en découvrir la beauté.



Réalisation par l'équipe A.R.P. et présentation d'une exposition de « vulgarisation mathématique » (1) (enfants, adolescents, adultes).

Exemple n° 4

Avec ce quatrième exemple, nous passons à un type de pédagogie qui s'écarte peut-être encore plus de la pratique traditionnelle de l'enseignement que ce n'était le cas dans le précédent exemple.

Il s'agit encore d'une exposition mais celle-ci a été conçue comme une sorte « d'instrument pédagogique » destiné à mettre un secteur de la mathématique à la portée de tout un chacun. Cette exposition était destinée à l'origine au recyclage des adultes, mais, dans la pratique, elle s'est révélée également intéressante pour les enfants d'âge moyen et pour les adolescents.

C'est une exposition qui se développe « autour d'un thème », le thème choisi étant « l'Espace, les Formes et l'Enfant ». Dans la dénomination de l'exposition, les mots « mathématique » et « géométrie » ne figurent pas et cela est volontaire car, en fait, le sujet est traité dans une optique transdisciplinaire : les données de psychologie génétique, c'est-à-dire les données concernant les étapes de développement de l'intelligence, sont présentées parallèlement à un vaste panorama des diverses géométries (topologie intuitive, géométrie projective élémentaire, géométrie euclidienne). De plus on y voit des dessins d'enfants, on y trouve des références artistiques et philosophiques qui contribuent à créer un « climat » différent de celui de l'école traditionnelle.

Une seconde caractéristique de cette exposition est que, contrairement à l'exposition de Rome où la présence des enfants dans les stands était indispensable pour la présenter au public, elle est conçue comme une sorte de « spectacle auto-gérable ». Le visiteur qui pénètre dans ladite exposition se trouve en présence d'une série de tableaux explicatifs (où les images l'emportent sur le texte), de modèles matériels qu'il est invité à manipuler, de matériel pédagogique et de jeux qui le sollicitent.

Aucun itinéraire ne lui est fixé, aucune « clef de lecture » trop explicite ne lui est fournie, aucun rythme de visite ne lui est imposé. Tout est agencé pour

que le visiteur adopte un comportement actif, pour qu'il ne soit pas simple « visiteur », mais une sorte d'explorateur de labyrinthe. Il peut, par exemple, parcourir tout d'abord l'exposition pour en prendre une vue d'ensemble puis revenir à telle section ou à tel exercice qui aura retenu son intérêt lors du premier passage. Mais il peut tout aussi bien procéder différemment et commencer à jouer avec les divers dispositifs proposés avant d'aborder l'examen des panneaux. Il peut même – et c'est ce que font la plupart des enfants d'âge moyen – se cantonner aux jeux...

Un des buts recherchés, avons-nous dit, est de présenter un panorama sommaire des géométries.

Dans ce panorama la primauté est donnée à la topologie.

Pourquoi ce choix ?

Parce que comme la topologie (ou « analysis situs » ou « géométrie de la membrane de caoutchouc ») n'a pas été enseignée en France, dans le passé, aux niveaux élémentaire et secondaire, peu de maîtres et peu de parents savent de quoi il s'agit. Mais aussi, parce que la topologie offre aux jeunes enfants un terrain d'exploration très riche et à leur portée.

On trouve dans cette « section » des jeux de labyrinthe, des graphes planaires matérialisés offerts à la sagacité des visiteurs. La manipulation et l'observation de divers « solides de Platon » et autres polyèdres les invitent à rechercher pourquoi la formule d'Euler liant le nombre de sommets, d'arêtes et de faces d'un polyèdre s'applique aussi aux graphes planaires.

Une place assez importante est également réservée à la géométrie projective (ou « géométrie des ombres ») qui commence à devenir accessible à l'enfant dès le moment, vers 6-7 ans, où il accède au maniement de la ligne droite. Cette géométrie joue un rôle essentiel dans le dessin perspectif et fournit un terrain de choix pour comprendre ce qu'il faut entendre par « transformation géométrique ».

Dans l'exposition elle est illustrée, entre autres, par le « jeu des trois montagnes » inspiré d'un test de Piaget, et par une série de panneaux où les lignes de projection, matérialisées par des fils tendus, permettent de bien percevoir en quoi consistent lesdites projections.

Par contre, pour la géométrie euclidienne, beaucoup plus classique, on s'est borné à quelques indications, mettant surtout l'accent sur les transformations isométriques et notamment sur les symétries. Plusieurs dispositifs permettent d'en bien découvrir les res-

(1) A.R.P. : Activités Recherches Pédagogiques (Association 1901 sans but lucratif), 27, avenue du 11 novembre, 92190 Meudon.

sorts et l'on trouve notamment une façon amusante de découvrir les douze dispositions différentes de 9 nombres organisés en « carrés magiques ».

D'autres « jeux » débordent la géométrie proprement dite. Citons par exemple l'exercice qui consiste à construire à l'aide de quelques parallélépipèdes un « édifice » puis à le décrire à l'intention d'un partenaire qui doit en établir une réplique sans voir le modèle. On compare ensuite réplique et modèle, ce qui ne va pas en général sans surprises...

Dans le même esprit, un jeu propose des photographies numérotées qui montrent les vues d'un parcours prises en divers points dudit parcours. Il s'agit de les classer par ordre après en avoir

observé tous les détails et de dessiner sommairement le tracé de l'itinéraire correspondant.

Ce type de jeu et d'exercices a été introduit pour faire toucher du doigt au visiteur le rôle fondamental que joue l'espace dans la formation humaine parce qu'il est fournisseur d'un cadre de référence omniprésent et de modèles de raisonnement très variés. Sur ce « fond », les géométries se révèlent assez visiblement pour ce qu'elles sont, à savoir une tentative pour mettre cohérence et simplicité dans un univers de relations spatiales très variées qui, sans cela, ne se laisserait pas facilement maîtriser.

L'exposition qui a maintenant plus de quatre ans d'existence (2) et qui a circulé dans une vingtaine de villes

françaises de toutes dimensions a affronté des « publics » suffisamment variés – allant des personnes fréquentant les Maisons de la Culture, jusqu'aux stagiaires d'Écoles normales d'instituteurs, en passant par le « public » des Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques, pour qu'on puisse dire qu'elle fonctionne effectivement comme un outil original d'initiation et de recyclage, « vulgarisant » la mathématique sans trop l'abaisser et montrant qu'une fois sortie de l'école, celle-ci peut éveiller l'esprit, susciter l'intérêt, donner des points d'appui à l'imagination.

J. Sauvy

(2) Sa première présentation a eu lieu au Centre international de séjour de Paris du 12 novembre au 15 décembre 1974.

● « Le but de la géométrie : expliquer du visible compliqué par de l'invisible simple. »

● « J'en suis arrivé à croire que les seules connaissances qui puissent avoir une influence sur le comportement d'un individu sont celles qu'il découvre lui-même et qu'il s'approprie. »

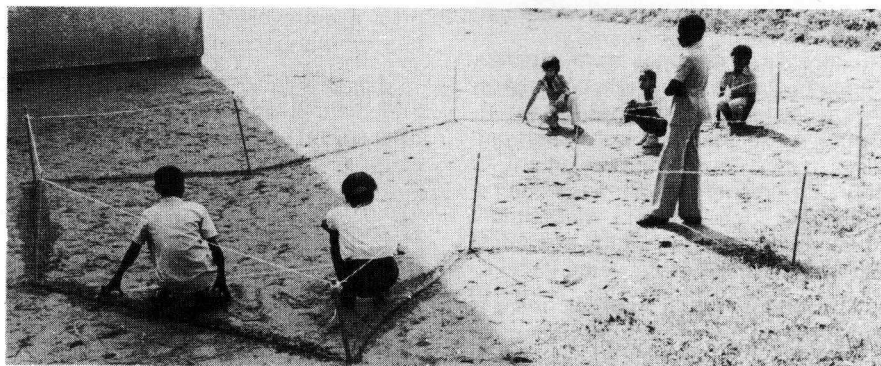
Karl Rogers.

... « Les sujets représentés par l'enfant sont désormais situés dans un espace. A cet échelon primitif, celui-ci est essentiellement rendu selon deux modalités principales. La première consiste à disposer les personnages et les éléments du décor sur une « ligne de sol » qui les relie entre eux. Lowenfeld remarque que cette ligne de sol ne peut avoir une origine visuelle puisqu'elle n'existe pas dans la réalité; il pense pouvoir la rattacher à l'expérience kinesthésique de l'enfant se déplaçant d'un point à un autre. A défaut de ligne de sol, et parfois un peu avant l'apparition de celle-ci, on voit l'enfant situer ses personnages sur le bord inférieur de la feuille servant de base. A peu près en même temps que la ligne de sol apparaît une ligne ou une bande représentant le ciel, souvent agrémenté d'un soleil ou d'autres astres. Désormais les personnages ou les objets, au lieu de « flotter » indépendamment les uns des autres dans le vide, se situent donc sur une ligne de ciel; ils sont spatialement situés. Il me paraît fort significatif que, malgré les différences individuelles nombreuses et très caractéristiques dont témoigne l'évolution graphique de chacun de mes en-

fants, ce soit chez tous trois au même moment, entre 5 et 5-6 ans, que ligne de sol et ligne de ciel fassent leur apparition.

Cette tendance à situer les éléments du dessin par rapport à une base va donner lieu à une série de particularités analogues à celles qui ont été signalées plus haut et qui sont, comme elles, en complète contradiction avec les conventions adultes. Ainsi une montagne sera nécessairement représentée en élévation, reposant sur la ligne de sol horizontale; mais les arbres et les maisons appelés à figurer sur les versants de la montagne prendront appui sur ces versants eux-mêmes, qui remplissent la fonction de ligne de sol par rapport à ces éléments. Arbres et maisons seront donc d'aplomb par rapport à l'oblique représentant le versant de la montagne et non par rapport à l'horizontale. Et si le schéma de la maison comporte une cheminée, comme c'est généralement le cas, celle-ci sera d'aplomb par rapport à l'oblique représentant le toit et non par rapport à la ligne de base de la maison. »

Source : *Traité de psychologie de l'enfant - 6 les modes d'expression* par P.-A. Osterrieth et Pierre Oléron, p. 50 et 51.



Personnages spatialement situés, cf. thème p. 20.

Un exemple de matériel pédagogique facile à fabriquer « le ravier cartésien ».

Il suffit de disposer de 36 bouchons en plastique et d'un couvercle de boîte. On encastre et on colle les bouchons (à l'envers) pour qu'ils forment un quadrillage régulier de 6 x 6 cellules. Associé à des billes, à des graines, à des jetons... ce matériel peut être utilisé pour familiariser le jeune enfant avec les **alignements** et avec le **repérage cartésien** (la position d'une cellule étant déterminée par l'intersection de la **colonne X** avec la **ligne Y**).

On peut également s'en servir pour pratiquer le **jeu de la puce**. La « puce », matérialisée par un pion, saute d'une cellule à une cellule voisine (adjacente) en se déplaçant soit dans le sens des lignes, soit dans le sens des colonnes (directions Nord, Sud, Est, Ouest). Pour atteindre une cellule en diagonale elle doit composer les deux types de saut. Un meneur de jeu donne des instructions de déplacements et le joueur les exécute. Quelle série d'instructions faut-il donner après un déplacement « NNEESO » pour revenir au point de départ en deux déplacements unitaires, etc. ?

**A la recherche d'une
mimo-pédagogie de style oral :
vers la « pédagogie du
saltimbanque ».**

EXEMPLE N° 5

Avec ce cinquième exemple, nous abordons un type de pédagogie qui s'écarte tellement de la pratique scolaire en honneur en Europe et aux États-Unis que nous n'avons pu jusqu'ici l'expérimenter qu'avec de petits groupes d'adultes. Il ne s'agit donc encore que de balbutiements et le lecteur voudra bien les considérer comme tels.

Corps-Espace-Mouvement

L'idée de faire appel à une « mimo-pédagogie de style oral » pour construire une sorte de soubassement vivant à l'enseignement des mathématiques m'est venue progressivement au cours de « recherches-actions » que j'ai effectuées depuis 1975, notamment au sein d'un groupe ad hoc dénommé « Corps - Espace - Mouvement » (1).

Constatant les nombreux échecs auxquels donne lieu l'enseignement traditionnel des mathématiques nous étions à la recherche d'un « style pédagogique » plus vivant et moins abstrait que le style « craie/tableau noir », un style qui ferait explicitement participer le corps à la découverte et à la construction de certains concepts mathématiques.

Mon intuition personnelle était que les liens entre le concret et l'abstrait devaient avoir un caractère dialectique, autrement dit, que si l'abstrait « sortait » du concret il pouvait également « se réfléchir » vers le concret et y insuffler sa saveur propre. Une réflexion de Merleau-Ponty (cf. Le visible et l'invisible p. 202-203) me hantait, une réflexion sur le « phénomène fondamental de réversibilité » qui « soutient et la perception muette et la parole, et qui se manifeste par une **existence pres-que charnelle de l'idée** comme par une **sublimation de la chair** » (c'est moi qui souligne).

Ce terme de « sublimation », je l'avais trouvé, voici plusieurs décennies déjà, aussi bien chez le psychologue Henri

Wallon que dans les cours de l'École des Hautes Études de cet extraordinaire « anthropologue du geste » qu'était l'abbé **Marcel Jousse** (cf. ses ouvrages posthumes récemment publiés, notamment « Le parlant, la parole et le souffle », Gallimard, 1978).

Je sentais obscurément que ce terme de « sublimation » devait renvoyer à quelque chose de fondamental, notamment en matière d'apprentissage. Mais quoi au juste ?

J'ai cherché une réponse à cette question, cherché à travers une expérimentation tâtonnante. Et, après m'être parfois enlisé dans les sables mouvants de nombreuses impasses, j'ai eu récemment l'impression d'effectuer une percée dans la bonne direction.

Autrement dit je commence désormais à entrevoir ce que pourrait être une « mimo-pédagogie de style oral ».

Mais le mieux, sans doute, après ce bref historique, est-il de décrire succinctement une série de séances recourant à ce style de pédagogie (2).

**Une sensibilisation
aux géométries**

Les participants sont des adultes d'âges variés, hommes et femmes, comp-

riée d'exercices (qui tous, de près ou de loin, mettent en jeu les rapports du corps et de l'espace, c'est-à-dire les multiples relations spatiales qui régissent toute activité humaine), pour faire lentement émerger les **géométries implicites** sous-jacentes aux activités en question.

Un certain nombre d'exercices sont exécutés les yeux fermés : dessiner de la main droite un modèle en relief exploré simultanément de la main gauche ; reproduire les yeux fermés un dessin-modèle simple qu'on a préalablement observé pendant trente secondes ; à partir d'un point de base, se déplacer dans le gymnase et tenter de revenir au point de départ ; dessiner sur un schéma l'itinéraire simple qu'on vient d'exécuter sous la conduite d'un collègue voyant, etc. Des commentaires de l'animateur interviennent de loin en loin pour attirer l'attention sur la notion de **carte mentale**, par exemple, sur la nature des **relations spatiales** qui sont en jeu quand on agit les yeux fermés, c'est-à-dire sans le support de la ligne droite (et donc des alignements) et sans le support de la mesure.

Suivent d'autres exercices effectués cette fois les yeux ouverts, où l'on utilise les alignements (simple visée ou matérialisation par un fil tendu), où l'on s'attache à respecter strictement, à tra-

« Pour étudier et comprendre la pensée humaine, il ne suffit pas de l'analyser abstraitement : il faut faire appel à ce qui a été et devrait demeurer son centre de jaillissement : le « corps ». »

vers des translations, des rotations, des symétries, les positions que chaque acteur occupe par rapport à ses camarades (transformations « isométriques », c'est-à-dire respectant les distances et les angles).

tant une majorité d'enseignants dont quelques professeurs de mathématiques. Mon objectif est de faire toucher du doigt que la mathématique s'enracine dans le vécu corporel, que l'activité du sujet fournit à la pensée abstraite ses modèles et que ladite pensée abstraite peut trouver profit à revenir périodiquement à ses sources, vivantes et concrètes.

Des séances « d'ateliers » (8 personnes dans chacun d'eux) alternent avec des séances plénières (24 personnes). Certaines se déroulent dans un vaste gymnase pourvu d'un tapis de sol, d'autres trouvent place à l'extérieur, sur une terre-plein bien dégagé ou sur les pelouses voisines.

Une journée entière (deux fois deux séances d'un peu plus d'une heure) est utilisée pour créer un « climat approprié », pour procéder à une gamme va-

vers des translations, des rotations, des symétries, les positions que chaque acteur occupe par rapport à ses camarades (transformations « isométriques », c'est-à-dire respectant les distances et les angles).

C'est l'occasion de découvrir « dans sa propre peau » que l'espace du voyant n'est pas celui de l'aveugle, que l'espace exploré à distance par l'œil (espace projectif) n'est pas l'espace de la main (laquelle peut mesurer parce qu'elle peut déplacer une unité de longueur de bout en bout en se portant en tout point du champ de l'action).

C'est l'occasion, pour l'animateur, de signaler au passage certaines des caractéristiques des trois géométries – topologie, géométrie projective, géométrie euclidienne – qui sont implicitement présentes dans les trois types d'espaces précédemment explorés.

(1) Groupe « informel », rattaché administrativement à l'association A.R.P. (27, avenue du 11-Novembre, 92190 Meudon), qui a travaillé aussi bien avec les C.r.a.p. (Cercles de recherches et d'action pédagogiques) qu'avec l'A.p.m.e.p. (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public).

Commedia dell'arte...

Jusque-là, toutefois, la démarche du groupe reste relativement classique. Le lendemain, sentant le climat favorable je m'enhardis et propose à l'ensemble du groupe une sorte de **commedia dell'arte** (3) géométrique. Le spectacle se déroule dans le gymnase. Un premier sous-groupe réunit les **acteurs**, un second sous-groupe les **spectateurs**, quatre personnes forment un **chœur** qui, en parallèle avec un **récitant** (moi-même), aura la charge d'orchestrer le jeu des acteurs. Ce jeu, toutefois, devrait rester très libre, très largement improvisé...

C'est bien ce qui se passe. Sur le ton d'un hérault, renforcé en écho par le chœur, j'entends une sorte de « ré-

teurs change profondément : ils peuvent désormais s'écarter les uns des autres sans mettre en péril l'unité du groupe. Quand ils dirigent leur regard vers le même point indiqué par le récitant, ils miment une structuration projective de l'espace qu'ils peuvent ressentir dans leur chair.

Quand mon récitatif, amplifié par le chœur, se met à évoquer avec insistance « l'existence presque charnelle de l'idée », ils se trouvent tellement concernés par cette métaphore que, sans s'être consultés, ils se regroupent en une masse compacte dont ils font émerger à la verticale une des jeunes participantes qui, bientôt, mi-Aphrodite surgie des flots, mi-clocher dominant le village, incarnera l'idée, la pensée abstraite, la spiritualité...

composante plus ouvertement pédagogique.

L'attention des acteurs et des spectateurs est attirée sur les enchaînements de déplacements unitaires : « une translation puis une rotation » par exemple, ou « une première symétrie suivie d'une seconde symétrie ». Le récitant et le chœur, rythmo-psalmodiant à tour de rôle, insistent sur la trinité.

« État-Opérateur-État ».

Les états successifs sont ressentis – ressentis corporellement – quand la constellation est au repos ; l'opérateur intervenant entre deux états successifs est ressenti comme « ce qui apporte le changement », mais pas n'importe quel changement, pas un changement qui bouleverse tout ! Dans le cas présent, un changement qui déplace la figure par rapport à ses référents extérieurs (parois du gymnase) mais ne change pas la disposition interne de la constellation (« isométrie »).

Ainsi, en contrepoint aux évolutions des acteurs, la parole vient expliciter, expliquer, dévoiler ; elle vient aider l'émergence des concepts. C'est une parole qui sert de médiateur entre le « vécu » et « l'imaginé », entre « l'imaginé » et la « pensée », une parole qui apparaît bien comme cette « sublimation de la chair » dont parle si finement Merleau-Ponty. Mais aussi une parole qui, parce qu'elle est liée à des actions « ici et maintenant » de ceux à qui elle s'adresse, les touche comme les toucherait l'écho de leur propre voix. Ils peuvent s'installer en elle, l'installer en eux, l'incruster dans leur mémoire, se l'approprier. C'est donc bien une « parole pédagogique ».

Et tout l'exercice me semble mériter l'appellation de « mimo-pédagogie de style oral » que j'ai empruntée à Jousse pour la désigner.

Mais, comme je le disais au début, il ne s'agit pour l'instant que de recherches balbutiantes. **Et ces recherches sont sans doute condamnées à rester sans grand écho en Europe tant est incrustée dans la tradition enseignante la pédagogie de l'immobilité et de l'écrit. Par contre, ce style de pédagogie convenablement adapté à l'Afrique pourrait peut-être y trouver un milieu favorable, notamment parmi les populations rurales qui restent attachées à l'enseignement par l'exemple et pour qui la parole a plus de vertu que l'écrit.** C'est pourquoi, malgré leur immaturité, j'ai cru bon de faire place dans le présent dossier à ces premières tentatives de « pédagogie du saltimbanque ».

« Pour les peuples de tradition orale, la parole a gardé toute sa force. La parole est plus humaine que le livre. La communication orale est une expression globale et vivante qui produit une saisie immédiate de l'interlocuteur, un rapport authentique, et alors une communion peut se produire. »

citatif guidant et modelant » (4) qui évoque la genèse, avec une période de ténèbres que les acteurs miment les yeux fermés, serrés les uns contre les autres et formant une vague humaine aux contours imprécis. Tandis qu'ils se déplacent à tâtons, aux prises avec un « espace mou » où seuls comptent les **voisinages**, les **connexités**, les **ordres** relatifs, où seuls se différencient les acteurs placés aux **frontières** du groupe, acteurs qui à la fois **délimitent** le groupe et l'**ouvrent** sur l'extérieur, des commentaires appropriés du récitant et du chœur apportent le concours de la parole à une pensée qui se dégage progressivement du vécu commun, d'un vécu très fortement chargé de sensualité et d'émotion.

Quand, un peu plus tard, les yeux s'ouvrent, le comportement des ac-

Après une pause, le groupe aborde le troisième épisode de la genèse. Chœur et récitant indiquent d'entrée que nous sommes désormais dans le monde rigide des objets indéformables. Plusieurs groupes se forment qui s'efforceront, pendant toute la durée des évolutions, de conserver leur rigidité interne. Ils dessineront dans l'espace du gymnase des constellations invariables comme en forment dans le ciel certains groupements traditionnels d'étoiles. Voyez-les, au gré des indications fournies par le « maître de ballet », se déplacer en de lentes translations, tourner « tout d'un bloc » autour d'un point imaginaire, s'essayer à prendre la place qu'occuperait leur image si un miroir vertical venait à partager en deux l'espace du gymnase... Comment ne pas ressentir à travers cette contrainte pesante des déplacements isométriques que l'espace euclidien obéit à d'autres lois, met en jeu d'autres relations spatiales, que l'espace projectif de tout à l'heure et, plus encore, que l'espace topologique « mou » propre à « l'époque des ténèbres » du début ?

... et « parole pédagogique ».

Et, arrivé à ce point, à nouveau s'introduit, grâce à un récitatif approprié, la

(2) Elles se sont déroulées à Nivelles (Belgique) en mai 1978 à l'occasion d'un stage du C.r.e.p.e. (Centre de recherche et d'expérimentation en psychopédagogie de l'expression) que Jean Fabry et Ferdinand Loos m'avaient demandé d'animer.

(3) L'expression est de Marcel Jousse.

(4) Commedia dell'arte : mots italiens signifiant « comédie de fantaisie », appliqués à un genre particulier de comédies dans lesquelles le scénario étant seul réglé, les acteurs improvisent les détails de l'action et les dialogues.