

un mythe

l'enchaînement logique des programmes de mathématique

MYTHE : *Image simplifiée, souvent illusoire, que des groupes humains élaborent et/ou acceptent au sujet d'un individu ou d'un fait et qui joue un rôle déterminant dans leur comportement ou leur appréciation* (Définition du Petit Robert).

Dans l'imagerie populaire moderne une croyance s'est en effet répandue, croyance aussi fausse que tenace : les programmes de mathématiques seraient totalement ordonnés de sorte qu'il ne serait pas possible de traiter telle partie du programme avant telle autre, que la moindre imperfection (ou incompréhension) se répercuterait sur toute la suite, et que toute déviation serait du temps perdu sur la progression dite normale. Or cette croyance est un mythe.

L'origine du mythe

Au niveau explicite, elle s'appuie sur un argument de sophiste, consistant à généraliser **au tout** des propriétés reconnues simplement pour la **partie** : le caractère déductif de la mathématique est en effet essentiellement local ; les nécessités de la succession logique, assurant la cohérence d'un discours, s'exercent d'une proposition à une autre, c'est-à-dire d'une phrase à l'autre. Vue au microscope, l'activité mathématique se présente donc bien comme une chaîne hiérarchisée d'éléments de discours.

Mais, globalement, par exemple au niveau des programmes annuels ou pluriannuels, la structure ordonnée des concepts n'est pas une nécessité aussi contraignante qu'on veut le laisser supposer (voir § 2).

Comme pour tous les sophismes à succès, il importe de s'interroger sur les causes de leur crédibilité : Quelles **raisons** inconscientes et collectives recouvrent momentanément les preuves factuelles avec suffisamment de prégnance pour les escamoter ? Il est inutile de les chercher très loin ; les références constantes à un programme **linéaire** permettent la mise sur rails de l'enseignement et la suppression effective de toute ouverture éventuelle. Une telle idée favorise donc le conservatisme de toujours, la recherche sécurisante d'un cadre restreignant et entretient la peur agoraphobique d'une liberté trop mal enchaînée.

Tels sont les fondements implicites qui assurent la permanence de l'idée malgré son manque de justification réelle.

La démythification

Elle demande évidemment plus que le cadre d'un court article ; on se reportera à des publications plus importantes où l'on prouve que l'on peut faire des mathématiques « désordonnées » en en faisant.

Pour ne pas être mal compris, il me faut tout de même faire remarquer que la négation d'une structure ordonnée coercitive n'est pas le désordre total, et qu'il existe donc, pour l'apprentissage des mathématiques, un plan général organisé autour de noyaux plus rigidelement construits. Il

importe alors de préciser, en toutes occasions, les conditions initiales au sujet ou à la situation étudiée c'est-à-dire de présenter un résumé des connaissances précédemment acquises et susceptibles d'éclairer ce sujet ou cette situation. On s'aperçoit, à l'usage, que ce résumé est singulièrement réduit et que son explicitation est une saine et typique pratique mathématique.

A titre d'exemple, la plupart des constructions proposées dans les programmes actuels (géométrie de 4^e, 3^e, présentation des nombres réels, de la trigonométrie, des probabilités...) présentent le complexe de volonté de retour à l'état fœtal : on y recherche les concepts primitifs en essayant de reconstruire la théorie à partir de sa base. Or cela n'est ni une réussite pédagogique, ni une obligation. Car, justement, le recours à l'axiomatique – comme il se fait aujourd'hui – permet le choix le plus économique : rien n'empêche, en effet, de poser comme axiomes les fondements du 99^e étage et de ne construire déductivement que le centième, la justification de ces axiomes pouvant s'appuyer soit sur des interprétations sémantiques non formelles soit sur des **îlots déductifs** intermédiaires.

Un engagement

A vouloir, en effet, faire contempler à l'élève une succession exhaustive et bien composée de notions préchoisies, on s'expose aux défauts et désavantages des voyages organisés. On parcourt, alors, la modélisation de la géométrie comme on visite un musée ; même si le guide est exceptionnel, cette visite me paraît être une activité (?) suffisamment monotone pour être simplement occasionnelle.

Alors, pourquoi ne pas se lancer sans hésiter dans les bacchanales de la pluralité mathématique, réservant pour le dessert, la démonstration de leur unité singulière.

On pourra toujours traiter un noyau central et minimum de connaissances nécessaires autour duquel graviteront des thèmes plus librement choisis selon les circonstances de la classe et les conceptions du maître ; thèmes mathématiques illustrant, motivant ou approfondissant tel ou tel aspect de la matière ou thèmes multidisciplinaires permettant un échange interactif ouvert à la modélisation réelle.

Ce dernier point est le plus important car trop souvent, en effet, les modèles du mathématicien ne traduisent que ses propres et artificielles constructions ; sous un faux prétexte de cohérence il réalise alors, de l'autre côté du miroir, une image trop arbitraire et factice.

Si l'on veut bien, à l'inverse, favoriser une vision locale et modeste du rôle de la mathématisation, on pourrait enfin : d'une part engager le dialogue généralisé avec les collègues des autres disciplines, d'autre part intéresser plus directement nos élèves à la connaissance mathématique ; non pas celle qui s'enregistre, mais celle qui se vit : **« Toute connaissance, disait Bachelard, est une réponse à une question ».**

A. Deledicq

l'expression du nombre

dans les langues africaines

Au colloque inter-Irem d'Abidjan (février 1978), Henri Magdalena, présentait une intéressante étude sur « l'expression du nombre en Empire centrafricain ».

Nous avons extrait de sa communication quelques points qui nous ont paru pertinents.

La manière dont les noms des nombres sont énoncés par les différentes langues de cette région y est analysée et interprétée.

Nous voulons ici préciser comme se pose a priori le problème des « noms » de nombres dans une civilisation orale.

Vue sous l'angle mathématique, l'expression du nombre dans une langue donnée peut se situer en effet à différents niveaux :

- Au niveau **zéro**, chaque nombre a un nom différent; on se doute bien alors que cela ne permet pas d'aller bien loin, et, bien vite, apparaît un mot synonyme de « plusieurs » sans autre précision.

- Le niveau **un** pourrait se dénommer « **niveau simplement additif** » : les noms des nombres sont différents jusqu'à un certain nombre a ; ensuite on compte : $a + 1$, $a + 2$, $a + 3$,... jusqu'à un nombre b , où l'on dit alors $b + 1$, $b + 2$, $b + 3$,...

Le type même de cette numération est le type écrit romain avec $a = V$, $b = X$, puis L (50), C (100), D (500) et M (1 000). Les additions successives ne sont pas encore exprimées par une multiplication mais par une simple juxtaposition : XXXVII. Les nombres a , b , ... sont, en quelque sorte, des « nombres d'appui ».

Cependant le concept même d'addition peut n'être pas totalement abs-

trait, le « + » de $a \pm 1$ n'étant pas le même que celui de $b \pm 1$.

Exemple, en « Karré ».

On compte :

1 (Mbeou), 2 (Sere), 3 (Saï), 4 (Neng), 5 (Ndiwi).

$5 + 1$ (Ndiwi **fal a mbeou**), $5 + 2$ (Ndiwi **fal a sere**)...

10 (Bo); $10 + 1$ (Bo « **toulé** » mbeou).

- Le niveau **deux** pourrait se dénommer « **niveau simplement multiplicatif** ». Certains nombres intermédiaires (a , b ,...) sont multipliés par les nombres inférieurs pour nommer des nombres deux, trois... fois plus grands.

Ainsi, en « Karré » dit-on : « Bo **nré** saï » pour 30, « Bo **nré** ndiwi » pour 50.

Le **nré** équivaut à un signe de multiplication.

A ce niveau l'expression des nombres jusqu'à la centaine donne lieu à des combinaisons de multiplications et d'additions parfois complexes :

« Bo **nséré toulé** mbeou » : $10 \times 2 + 1 = 21$

« Bo **nré** ndi **fal a** mbeou **toulé** ndiwi » : $10 \times (5 + 1) + 5$

Autre exemple, en « Mandja »

1 : Po 2 : Boua 3 : Taré 4 : Naré 5 : Moro 6 : Dogbo...

10 : Bouh... 14 : Bouh **do** naré...

20 : Liti kpo 21 : Litikpo **do** po... (1).

33 : Liti kpo **do** bouh **do** taré (encore additif !)

40 : Liti kpo boua (le signe de multiplication est sous-entendu)

60 Liti taré

100 : Liti moro

114 : Liti moro **do** bouh **do** naré.

Autre exemple, en « Ali »

1 : Kpo; 2 : Boua; 3 : Taré; 4 : Naré; 5 : Moro

6 : Moro **ngo** kpo (nombre intermédiaire : 5)

10 : Mbouna kpo

13 : Mbouna kpo **zouna** taré (nombre intermédiaire : 10)

20 : Mbouna **boua** (le signe de multiplication est sous-entendu)

80 : Mbouna moro **ngo** taré :

$10 \times (5 + 3)$

On voit ici apparaître un véritable système parenthétique puisque la multiplication porte sur un nombre lui-même composé.

On peut ici parler de **troisième niveau, le niveau « parenthétique »** exprimant une succession non régulière d'additions et de multiplications.

Le **quatrième niveau** est celui où apparaît véritablement le concept de « **base** », de numération; c'est le niveau de la « **base simple** ». C'est une étape extrêmement importante au regard des mathématiques; il s'agit en effet de la découverte de la « cinquième » opération : élever à une puissance.

(1) Le « l » de « Liti » semble être « mouillé ».

« Niveau »	« Simplement additif »	« Simplement multiplicatif »	« Parenthétique »	« Base simple »	« Polynomial »
un deux trois quatre cinq	1, 2,... a a + 1, a + 2,... b, b + 1, b + 2,... c, c + 1, c + 2,...	1, 2,... a écriture : $a \times k + k'$ $k < a$ $k' < a$	1, 2,... a b,... écriture $b \times (a + k)$ $+ k'a + k''$	1, 2,... a ... $a^2, a^2 + 1, \dots$ Les autres écritures subsistent entre a et a^2	1, 2,... a $a^2, a^3, \dots$ écriture : $\alpha_1 + \alpha_2 a + \alpha_3 a^2 + \dots$
Plusieurs	Existence de nombre « d'appui » : 5 ou 8 ou 10 ou 12 ou 20 ou 50 ou 100 ou ?	Il peut y avoir un seul nombre « d'appui » ou plusieurs.	Les combinaisons d'additions et de multiplications peuvent être complexes.	L'opération « élever au carré » est reconnue.	Le principe de la numération écrite de position est reconnu explicitement.

Au lieu de dire « 10 fois 10 », on pense « 10 au carré » ou encore « 10 écrit deux fois et multiplié ».

C'est le cas, par exemple, du « Ngbaka » qui énonce :

1 : Kpoka; 2 : Bissi; 3 : Bata...

10 : Djomban

32 : Djomban bata **koulé** bissi

100 : Djomban **te** bissi.

Ce **te** ouvre ici des perspectives véritables de numération dont la maîtrise pourrait mener à un **cinquième niveau** : celui de l'**expression polynomiale** d'un nombre sous la forme : $a_0 + a_1 b + a_2 b^2 + a_3 b^3 + \dots$

Il semble qu'aucune langue orale n'ait pu aboutir à un tel système d'énoncé d'un nombre. Il paraît d'ailleurs difficile de développer une telle abstraction sans le secours de techniques d'écriture.

En tout cas, l'enquête réalisée par H. Magdalena sur les noms des nombres en Centre-Afrique sera certainement reprise dans différents pays. Ces enquêtes pourront renseigner tant sur le niveau de culture mathématique atteinte par la seule expression orale que sur les structures et schèmes de pensée des ethnies correspondantes; le choix des nombres intermédiaires (4, 5, 8, 10, 12, 20, 50, ou 100...), l'expression de l'addition (alignement, juxtaposition, groupement...) ou de la multiplication, la présence de la notion de base de numération, etc...

A.D.

Le quatrième colloque inter-Irem africain aura lieu à Kinshasa (Zaire) fin mars début avril 1980.

(Les trois premiers ont eu lieu successivement à Niamey 77, Abidjan 78 et Bangui 79. Ils faisaient suite à un séminaire organisé en 1976 à Dakar.)

Remarque : pour alléger la rédaction on ne parle que « d'Irem ». Il est bien entendu que, sous ce sigle, sont regroupés tous les organismes qui s'occupent de la pédagogie des mathématiques (département de mathématiques d'un institut des sciences de l'éducation par exemple).

Les « Irem africains » constatant qu'une véritable coopération s'est instaurée entre eux souhaitent voir se créer une « fédération d'Irem africains » dont les statuts et modalités de fonctionnement seront débattus à Kinshasa en 1980.

apprendre

les jeux africains

Les jeux d'Afrique sont très évidemment la marque d'un type de civilisation : la plupart sont en effet géographiquement limités au continent africain où ils trouvent tout à la fois leur originalité, leur enracinement et leur variété.

Certains types d'activités ludiques se retrouvent naturellement dans d'autres cultures : jeux de comportement, de divination, de hasard, d'action, d'équipe... Mais on trouve en Afrique plusieurs classes de jeux typiquement liés à cette terre. Ce sont des jeux de réflexion, d'une complexité analogue aux échecs, dames ou autres jeux de pions.

Par leur double appel à la mémoire et au calcul logique, ils devraient être des compagnons naturels de l'activité scolaire. Cela n'est pas tout à fait le cas (tant s'en faut !) mais quelques timides essais d'utilisation pédagogique ont déjà été tentés. Afin que chacun puisse juger de leur intérêt didactique éventuel, nous avons choisi de présenter les deux classes principales de ces jeux : Les « wari-solo » et les « marelles du Sahel ».

On trouvera un ensemble d'études sur le premier de ces jeux dans « Wari et Solo » (1), un recueil de règles, une typologie, des analyses ethnologiques, des applications didactiques...

Les quelques paragraphes qui suivent sont extraits, d'une part de cet ouvrage, d'autre part de « Plurisciences - 79 », Encyclopedia Universalis.

Le deuxième de ces jeux n'a pas, à notre connaissance, donné lieu à une exploitation didactique. Certains lecteurs seront donc peut-être, parmi les premiers à l'introduire dans leur classe. Pour les aider à mieux comprendre l'esprit stratégique du jeu, nous avons demandé à M. Abou Traoré, directeur de l'Irem de Niamey, une première « leçon de Dili ».

A. Deledicq.

Les waris et solo

C'est « le jeu » certainement le plus répandu dans le monde (v. carte). Il s'agit en fait d'une classe de jeux, où l'action principale consiste à faire circuler des graines sur une (ou deux) trajectoire(s) cyclique(s) figurée(s) par deux (ou quatre) rangées de cases creusées dans un « tablier » de bois. Il existe, sur les continents africain et asiatique, plus d'un millier de variantes selon la manière de faire circuler les graines, la spécificité de certaines cases, les conditions de prises des grai-

nes de l'adversaire, les règles de fin et d'enchaînement des parties, etc.

Les dénominations du jeu

En Syrie ou en Égypte on parle du **Mankala**, près du désert de Nubie on trouve un **mangala**, au Zaïre le **mangola**, le **manga** en Guinée, l'**abanga** chez les niam-niam; mais voilà le **toi** chez les dongos, et puis le **mangula**, le **mangura**, le **mankala**... Si la parenté linguistique est évidente, il ne faut pas se hâter d'en tirer les conclusions car la plupart des dénominations sont rap-

(1) A. Deledicq et A. Popova, Paris, Cédic, 1977.